数学検定　**解　答**　準1級2次　（No.1）

（選択）問題番号
1 ●
2 ○
3 ○
4 ○
5 ○

選択した番号の○内をぬりつぶしてください。

(1) 解と係数の関係より

$$p=-(\alpha+\beta+\gamma)=-2$$
$$q=\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$$
$$r=-\alpha\beta\gamma$$

である。$(\alpha+\beta+\gamma)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$ であるので

$$2^2=30+2q$$
$$q=-13$$

また，$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3-3\alpha\beta\gamma=(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha)$ であるので

$$116+3r=2(30-q)$$
$$3r=2\cdot 43-116$$
$$r=-10$$

（答）$p=-2$，$q=-13$，$r=-10$

---

(2) (1)の結果より，３次方程式①は

$$x^3-2x^2-13x-10=0 \quad \cdots③$$
$$(x+2)(x+1)(x-5)=0$$
$$x=-2,\ -1,\ 5$$

したがって，②と③の共通解は，-2，-1，5 のうちいずれか２個である。

よって，解と係数の関係より

$x=-2$，-1 が共通解のとき

$$s=-(-2-1)=3,\ t=(-2)\cdot(-1)=2$$

$x=-2$，5 が共通解のとき

$$s=-(-2+5)=-3,\ t=(-2)\cdot 5=-10$$

$x=-1$，5 が共通解のとき

$$s=-(-1+5)=-4,\ t=(-1)\cdot 5=-5$$

（答）$(s,\ t)=(-4,\ -5)$，$(-3,\ -10)$，$(3,\ 2)$

ここにバーコードシールを貼ってください。

準1級2次

太わくの部分は必ず記入してください。

ふりがな		受検番号
姓	名	—
生年月日	昭和 平成 令和 西暦　年　月　日生	
性別（□をぬりつぶしてください）男□ 女□		年齢　歳
住所	□□□-□□□□	

／4

（選択）問題番号

1 ○
2 ●
3 ○
4 ○
5 ○

選択した番号の◯内をぬりつぶしてください。

赤球を取り出す回数を Y とすると，白球を取り出す回数は $100-Y$ であるから

$$X=5Y+2(100-Y)=3Y+200$$

$p=\dfrac{a}{a+b}$ とおくと Y は二項分布 $B(100,\ p)$ に従うから

$$E(Y)=100p,\quad V(Y)=100p(1-p)$$

これより

$$E(X)=E(3Y+200)=3E(Y)+200=300p+200 \quad \cdots ①$$

$$V(X)=V(3Y+200)=3^2V(Y)=900p(1-p)$$

$V(X)=\dfrac{819}{4}$ のとき

$$900p(1-p)=\frac{819}{4}$$

$$400p^2-400p+91=0$$

$$p=\frac{7}{20},\ \frac{13}{20}$$

①より，$p=\dfrac{7}{20}$ のとき $E(X)=305$，$p=\dfrac{13}{20}$ のとき $E(X)=395$

よって

$$E(X)=305,\ 395$$

（答）$E(X)=305,\ 395$

（選択）問題番号

1 ○
2 ○
3 ●
4 ○
5 ○

選択した番号の○内をぬりつぶしてください。

(1) $f(x)=2+\dfrac{a+10}{x-5}$ より，$y=f(x)$ $(x<5)$ の値域は

$a+10>0$，すなわち $a>-10$ のとき $y<2$

$a+10<0$，すなわち $a<-10$ のとき $y>2$

$y=f(x)$，すなわち $y=2+\dfrac{a+10}{x-5}$ を x について解くと

$$y-2=\frac{a+10}{x-5}$$

$y\neq 2$ であるから

$$x-5=\frac{a+10}{y-2}$$

$$x=5+\frac{a+10}{y-2}=\frac{5y+a}{y-2}$$

x と y を入れかえると

$$y=\frac{5x+a}{x-2}$$

よって，逆関数 $y=g(x)$ の定義域は

$a>-10$ のとき $x<2$，$a<-10$ のとき $x>2$

であり，$g(x)=\dfrac{5x+a}{x-2}$ である。

（答）定義域 $\begin{cases} a>-10 \text{ のとき } x<2 \\ a<-10 \text{ のとき } x>2 \end{cases}$，$g(x)=\dfrac{5x+a}{x-2}$

(2) （答）$-\dfrac{49}{4}<a<-10$

(選択)問題番号
1 ○
2 ○
3 ○
4 ●
5 ○

選択した番号の○内をぬりつぶしてください。

(1) $B=A+3E$ とすると，$A=B-3E$ である。
このとき $A^2+2A+2E=O$ は

$$(B-3E)^2+2(B-3E)+2E=O$$
$$B^2-4B+5E=O$$
$$B(B-4E)=-5E$$
$$B\left(-\frac{1}{5}B+\frac{4}{5}E\right)=E$$

したがって，$B=A+3E$ の逆行列は

$$-\frac{1}{5}B+\frac{4}{5}E=-\frac{1}{5}(A+3E)+\frac{4}{5}E=-\frac{1}{5}A+\frac{1}{5}E$$

となる。

(答) $p=-\frac{1}{5}$，$q=\frac{1}{5}$

(2) (答) $r=-\frac{1}{4}$，$s=0$

（選択）問題番号	
1 ○ 2 ○ 3 ○ 4 ○ 5 ● 選択した番号の○内をぬりつぶしてください。	

(1) $a \sim j$ のうちの6数は1，3，4，7，9，10であるから，残りの4数を求める。

4数の和と積は

$2+5+6+8=21$，$2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 8=2^5 \cdot 3 \cdot 5$ …*

*および $a \sim j$ に5が含まれないことから，残りの4数のうち1個は10とわかる。残りの3数の和と積は

$21-10=11$，$\dfrac{2^5 \cdot 3 \cdot 5}{10}=2^4 \cdot 3$ …**

**および $a \sim j$ に6が含まれないことから，残りの3数のうち1個は3とわかる。残りの2数の和と積は

$11-3=8$，$2^4=16$

より残りの2数は4，4とわかる。

以上より，求める組は

$(a, b, c, d, e, f, g, h, i, j)=(1, 3, 3, 4, 4, 4, 7, 9, 10, 10)$

（答）$(a, b, c, d, e, f, g, h, i, j)=(1, 3, 3, 4, 4, 4, 7, 9, 10, 10)$

---

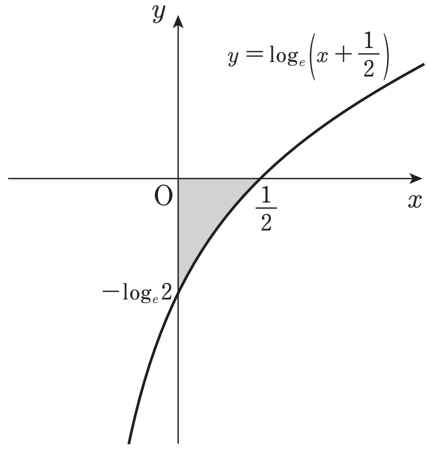
(2) （答）④ $(a, b, c, d, e, f, g, h, i, j)=(1, 2, 4, 4, 4, 5, 7, 9, 9, 10)$

⑤ $(a, b, c, d, e, f, g, h, i, j)=(1, 2, 3, 4, 6, 6, 6, 7, 10, 10)$

問題６ （必須）	(1)　$t=\cos\theta-\sin\theta$ の両辺を２乗すると $t^2=(\cos\theta-\sin\theta)^2$ $t^2=1-2\sin\theta\cos\theta$ $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$ だから $\sin 2\theta=1-t^2$ これより $y=2\sin 2\theta+\cos\theta-\sin\theta+2$ $=2(1-t^2)+t+2$ $=-2t^2+t+4$ となる。 （答）$y=-2t^2+t+4$ (2)　（答）最大値 $\dfrac{33}{8}$，最小値 $-\sqrt{2}$

問題7
（必須）

(1) 求める体積 V_1 は



$$V_1=\pi\int_0^{\frac{1}{2}}\left\{-\log_e\left(x+\frac{1}{2}\right)\right\}^2dx$$
$$=\pi\int_0^{\frac{1}{2}}\left\{\log_e\left(x+\frac{1}{2}\right)\right\}^2dx$$

$t=x+\dfrac{1}{2}$ とおくと $\dfrac{dt}{dx}=1$ より

$$\frac{V_1}{\pi}=\int_{\frac{1}{2}}^1(\log_e t)^2dt$$
$$=\int_{\frac{1}{2}}^1 t'(\log_e t)^2dt$$
$$=\Big[t(\log_e t)^2\Big]_{\frac{1}{2}}^1-2\int_{\frac{1}{2}}^1\log_e t\,dt$$
$$=0-\frac{1}{2}\left(\log_e\frac{1}{2}\right)^2-2\Big[t\log_e t-t\Big]_{\frac{1}{2}}^1$$
$$=-\frac{1}{2}(\log_e 2)^2-2\left(0-1-\frac{1}{2}\log_e\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)$$
$$=-\frac{1}{2}(\log_e 2)^2-\log_e 2+1$$

よって，$V_1=\pi\left\{-\dfrac{1}{2}(\log_e 2)^2-\log_e 2+1\right\}$

（答）$V_1=\pi\left\{-\dfrac{1}{2}(\log_e 2)^2-\log_e 2+1\right\}$

---

(2) $y=\log_e\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$ から $x=e^y-\dfrac{1}{2}$ が成立することがわかる。

求める体積 V_2 は

$$V_2=\pi\int_{-\log_e 2}^0 x^2dy$$
$$=\pi\int_{-\log_e 2}^0\left(e^{2y}-e^y+\frac{1}{4}\right)dy$$
$$=\pi\left[\frac{1}{2}e^{2y}-e^y+\frac{1}{4}y\right]_{-\log_e 2}^0$$
$$=\pi\left(\frac{1}{2}-1-\frac{1}{8}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\log_e 2\right)$$
$$=\pi\left(\frac{1}{4}\log_e 2-\frac{1}{8}\right)$$

（答）$V_2=\pi\left(\dfrac{1}{4}\log_e 2-\dfrac{1}{8}\right)$