数学検定　解　答

2級2次　（No.1）

（選択）問題番号

1 ● 2 ○ 3 ○ 4 ○ 5 ○

選択した番号の○内をぬりつぶしてください。

$x^2+3y^2=9$ より

$$y^2=\frac{9-x^2}{3}\quad\cdots①$$

$y^2\geqq 0$ であるから

$$9-x^2\geqq 0$$

$$-3\leqq x\leqq 3\quad\cdots②$$

①を $x+y^2-1$ に代入すると

$$x+y^2-1=x+\frac{9-x^2}{3}-1$$

$$=-\frac{1}{3}x^2+x+2$$

$f(x)=-\frac{1}{3}x^2+x+2$ とすると

$$f(x)=-\frac{1}{3}(x^2-3x)+2$$

$$=-\frac{1}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{11}{4}$$

②の範囲において $f(x)$ は

$x=\frac{3}{2}$ のとき最大値 $\frac{11}{4}$

$x=-3$ のとき最小値 -4

をとる。

ここで，①より

$x=\frac{3}{2}$ のとき

$y^2=\frac{9}{4}$，すなわち $y=\pm\frac{3}{2}$

$x=-3$ のとき

$y^2=0$，すなわち $y=0$

であるから，$x+y^2-1$ は

$x=\frac{3}{2}$，$y=\pm\frac{3}{2}$ のとき最大値 $\frac{11}{4}$

$x=-3$，$y=0$ のとき最小値 -4

をとる。

（答）$x=\frac{3}{2}$，$y=\pm\frac{3}{2}$ のとき最大値 $\frac{11}{4}$

$x=-3$，$y=0$ のとき最小値 -4

ここにバーコードシールを貼ってください。

2級2次

太わくの部分は必ず記入してください。

ふりがな		受検番号
姓	名	—
生年月日	昭和 平成 令和 西暦　年　月　日生	
性別（□をぬりつぶしてください）男□ 女□		年齢　歳
住所	□□□-□□□□	/5

（選 択）問題 番号

1 ○
2 ●
3 ○
4 ○
5 ○

選択した番号の○内をぬりつぶしてください。

⑴　さいころを３回振って１の目が１回，６の目が１回，２，３，４，５のいずれかの目が１回出るときの目の出方の総数は，$3!\cdot 4$（通り）である。

したがって，求める確率は

$$3!\cdot 4\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$$

（答）$\frac{1}{12}$

⑵　さいころを３回振って，出た目の数の積が１２となるのは

（ⅰ）　１，２，６の目が１回ずつ出る

（ⅱ）　１，３，４の目が１回ずつ出る

（ⅲ）　２の目が２回，３の目が１回出る

のいずれかのときであり，これらは互いに同時には起こらない。

（ⅰ）が起こる確率は，$3!\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{12}=\frac{1}{48}$

（ⅱ）が起こる確率は，$3!\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{24}$

（ⅲ）が起こる確率は，${}_3C_1\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{72}$

よって，求める確率は

$$\frac{1}{48}+\frac{1}{24}+\frac{1}{72}=\frac{3+6+2}{144}=\frac{11}{144}$$

（答）$\frac{11}{144}$

（選 択）問題 番号

1 ○
2 ○
3 ●
4 ○
5 ○

選択した番号の○内をぬりつぶしてください。

⑴　円 C の方程式を変形すると

$$(x-4)^2+(y+3)^2=3^2$$

であるから，中心Aの座標は（４，－３），半径は３である。

よって，２点P，A間の距離 d は

$$d=\sqrt{(4+1)^2+(-3-9)^2}=\sqrt{25+144}=13$$

（答）$d=13$

⑵　条件を満たす円を C_1，その半径を r とする。

⑴の結果（d が C の半径３より大きい）より，円 C_1 の中心Pは円 C の外側にあるから，２つの円 C，C_1 が接して，かつ $r>d$ となるのは，２つの円が内接する場合である。

このとき，$d=r-3$ より

$$r=13+3=16$$

よって，円 C_1 の方程式は

$$(x+1)^2+(y-9)^2=256$$

（答）$(x+1)^2+(y-9)^2=256$

（選択）問題番号
1 ○
2 ○
3 ○
4 ●
5 ○

選択した番号の○内をぬりつぶしてください。

(1) $n=1$ のとき

$a_1=S_1=2^{1+1}-1-2=1$

$n \geqq 2$ のとき

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= 2^{n+1}-n-2-\{2^{n-1+1}-(n-1)-2\} \\ &= 2^n-1 \quad \cdots ① \end{aligned}$$

①に $n=1$ を代入したときの式の値は1で，これは a_1 に等しい。

よって，$a_n=2^n-1$ である。

（答）$a_n=2^n-1$

---

(2) $$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k+1}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2^k-1+1}=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^k$$

これは，初項 $\frac{1}{2}$，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列の初項から第 n 項までの和であるから

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k+1}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}$$

（答）$1-\frac{1}{2^n}$

（選択）問題番号
1 ○
2 ○
3 ○
4 ○
5 ●

選択した番号の○内をぬりつぶしてください。

(1) （答）$(a, b, c)=(2, 3, 3)$ のとき $M=64$

---

(2) （答）$(a, b, c)=(3, 5, 6)$ のとき $M=1000$

$(a, b, c)=(4, 7, 9)$ のとき $M=21952$

問題６（必須）

(1) △ABCにおいて，余弦定理より

$$CA^2 = AB^2 + BC^2 - 2\cdot AB\cdot BC\cdot \cos B$$

であるから

$$(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2 - 2\cdot(x-1)\cdot x\cdot \frac{2}{7}$$

$$\frac{3}{7}x^2 - \frac{24}{7}x = 0$$

$$x(x-8) = 0$$

$$x = 0,\ 8$$

$x > 2$ より，$x = 8$

（答）$x = 8$

(2) (1)の結果より

$AB = 7$，$BC = 8$，$CA = 9$

△ABCにおいて，$\sin B > 0$ より

$$\sin B = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{7}\right)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{7}$$

△ABCの面積を S とすると

$$S = \frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC\cdot \sin B$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 7\cdot 8\cdot \frac{3\sqrt{5}}{7}$$

$$= 12\sqrt{5} \quad \cdots ①$$

△ABCの内接円の半径 r を用いると，S は

$$S = \frac{1}{2}r(AB + BC + CA)$$

$$= \frac{1}{2}r(7 + 8 + 9)$$

$$= 12r \quad \cdots ②$$

①，②より

$$12\sqrt{5} = 12r$$

$$r = \sqrt{5}$$

（答）$r = \sqrt{5}$

問題７（必須）

(1) $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 7$ を微分して

$$f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$$

$$= 3(x-1)(x-5)$$

より，$f(x)$ の増減表は右のようになる。

x	$\cdots$	1	$\cdots$	5	$\cdots$
$f'(x)$	＋	0	−	0	＋
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

よって，$f(x)$ は $x = 1$ のとき極大値

$$f(1) = 1 - 9 + 15 + 7 = 14$$

$x = 5$ のとき極小値

$$f(5) = 125 - 225 + 75 + 7 = -18$$

をとる。

（答）$x = 1$ のとき極大値14，$x = 5$ のとき極小値 -18

(2) （答）$7 < k < 14$