（選択）問題番号

1 ●
2 ○
3 ○
4 ○
5 ○

選択した番号の○内をぬりつぶしてください。

(1)　正三角形の面の１辺の長さは，図２における五角形ABCFEの辺EFの長さに等しい。

DE：EA＝DF：FC＝ϕ：１より

$$\mathrm{DE}=\mathrm{DF}=\frac{\phi}{\phi+1}=\frac{1+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

さらに，∠EDF＝72°であるから，△DEFについて余弦定理より

$$\mathrm{EF}^2=\mathrm{DE}^2+\mathrm{DF}^2-2\cdot\mathrm{DE}\cdot\mathrm{DF}\cos 72^\circ$$

$$\ell^2=2\cdot\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{4}-2\cdot\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{4}\cdot(2\cos^2 36^\circ-1)$$

$$=(3-\sqrt{5})\left\{2-2\cdot\frac{(1+\sqrt{5})^2}{16}\right\}$$

$$=5-2\sqrt{5}$$

（答）$5-2\sqrt{5}$

(2)　ひし形ABCDの面積は

$$\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}\sin 72^\circ=\sin 72^\circ$$

△DEFの面積は

$$\frac{1}{2}\cdot\mathrm{DE}\cdot\mathrm{DF}\cdot\sin 72^\circ=\frac{1}{2}\cdot\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{4}\cdot\sin 72^\circ=\frac{3-\sqrt{5}}{4}\cdot\sin 72^\circ$$

これより

$$S=\left(1-\frac{3-\sqrt{5}}{4}\right)\sin 72^\circ=\frac{\sqrt{5}+1}{4}\cdot\sin 72^\circ=\frac{\sqrt{5}+1}{2}\cdot\sin 36^\circ\cos 36^\circ$$

一方，$\sin^2 36^\circ=1-\cos^2 36^\circ=\dfrac{5-\sqrt{5}}{8}$ より

$$S^2=\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{4}\sin^2 36^\circ\cos^2 36^\circ$$

$$=\frac{3+\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{5-\sqrt{5}}{8}\cdot\frac{(1+\sqrt{5})^2}{16}$$

$$=\frac{5+\sqrt{5}}{8}\cdot\frac{3+\sqrt{5}}{8}$$

$$=\frac{5+2\sqrt{5}}{16}$$

（答）$\dfrac{5+2\sqrt{5}}{16}$

太わくの部分は必ず記入してください。

ここに２次検定用のバーコードシールを貼ってください。

ふりがな		受検番号
姓	名	—
生年月日	大正 昭和 平成 西暦　年　月　日生	
性別（□をぬりつぶしてください）男□　女□		年齢　歳
住所	□□□-□□□□	/4

（選択）問題番号

1 ◯
2 ●
3 ◯
4 ◯
5 ◯

選択した番号の◯内をぬりつぶしてください。

Aさんが借りた300万円の年利4％の複利における8年後の元利合計は

$300 \cdot 1.04^8 = 300 \cdot 1.369 = 410.7$（万円）　…①

1回の積み立て額を x 万円とし，毎年末に x 万円積み立てたときの

1年後の元利合計は，x（万円）

2年後の元利合計は，$1.04x + x$（万円）

3年後の元利合計は，$1.04^2x + 1.04x + x$（万円）

同様に，8年後の元利合計は

$$\begin{aligned}&1.04^7x + 1.04^6x + 1.04^5x + \cdots\cdots + x\\&= (1.04^7 + 1.04^6 + 1.04^5 + \cdots\cdots + 1)x\\&= \frac{1.04^8 - 1}{1.04 - 1} \cdot x\\&= \frac{1.369 - 1}{0.04} \cdot x\\&= 9.225x\text{（万円）}\quad\cdots②\end{aligned}$$

①と②が一致するような x の値を求めればよい。以上より

$$x = \frac{410.7}{9.225} = 44.52\cdots\text{（万円）}$$

よって，x の値の小数第1位を切り上げることにより，求める積み立て額は45万円である。

（答）　45万円

(選択)問題番号	
1 ◯ 2 ◯ 3 ● 4 ◯ 5 ◯	

選択した番号の◯内をぬりつぶしてください。

(1) (答) $r=\dfrac{2p}{1-\cos\theta}$

(2) 直線 ℓ_1 と ℓ_2 が垂直に交わることから，4点 P_1，Q_1，P_2，Q_2 を，点Fを極とした極座標でそれぞれ

$$(r_1,\ \theta),\ \left(r_2,\ \theta+\frac{\pi}{2}\right),\ (r_3,\ \theta+\pi),\ \left(r_4,\ \theta+\frac{3}{2}\pi\right)$$
$$\left(r_1,\ r_2,\ r_3,\ r_4 \text{ は正の実数},\ 0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$$

とおいても一般性を失わない。このとき，(1)の結果より

$$P_1F=r_1=\frac{2p}{1-\cos\theta}$$

$$Q_1F=r_2=\frac{2p}{1-\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)}=\frac{2p}{1+\sin\theta}$$

$$P_2F=r_3=\frac{2p}{1-\cos(\theta+\pi)}=\frac{2p}{1+\cos\theta}$$

$$Q_2F=r_4=\frac{2p}{1-\cos\left(\theta+\frac{3}{2}\pi\right)}=\frac{2p}{1-\sin\theta}$$

以上より

$$\frac{1}{P_1F\cdot P_2F}+\frac{1}{Q_1F\cdot Q_2F}$$
$$=\frac{1-\cos\theta}{2p}\cdot\frac{1+\cos\theta}{2p}+\frac{1+\sin\theta}{2p}\cdot\frac{1-\sin\theta}{2p}$$
$$=\frac{1-\cos^2\theta}{4p^2}+\frac{1-\sin^2\theta}{4p^2}$$
$$=\frac{1}{4p^2}$$

よって，$\dfrac{1}{P_1F\cdot P_2F}+\dfrac{1}{Q_1F\cdot Q_2F}$ は ℓ_1，ℓ_2 のとり方によらずに一定の値 $\dfrac{1}{4p^2}$ をとる。

(答) $\dfrac{1}{4p^2}$

(選択)問題番号

1 ◯
2 ◯
3 ◯
4 ●
5 ◯

選択した番号の◯内をぬりつぶしてください。

(1) $A-kE=\begin{pmatrix} 2-k & -3 \\ 1 & -2-k \end{pmatrix}$が逆行列をもたないための必要十分条件は

$$(2-k)(-2-k)-(-3)\cdot 1=0$$

この方程式をkについて解くと

$$-4+k^2+3=0$$

$$k^2=1$$

$$k=\pm 1$$

(答) $k=\pm 1$

---

(2) fによって点Pが移る点の座標を$(x',\ y')$とすると

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 2x-3y \\ x-2y \end{pmatrix}$$

ここで，fによって点Pが点P自身に移るとき，$x'=x$，$y'=y$であるから

$$\begin{cases} x=2x-3y & \cdots① \\ y=x-2y & \cdots② \end{cases}$$

①，②いずれの式も

$$x=3y$$

となる。

よって，求める点Pは，$(3t,\ t)$（tは実数）である。

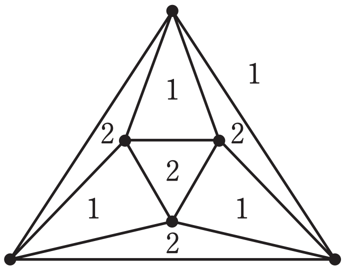
(答) $(3t,\ t)$（tは実数）

（選択）
問題
番号
1 ○
2 ○
3 ○
4 ○
5 ●

選択した番号の○内をぬりつぶしてください。

⑴　図１のように，正八面体の１つの面を基準にして，平面に切り開いた図で考える。ただし，この図において外側の枠の外部も１つの面とみなすことにする。また，使う色を簡単のため１，２と番号で表すことにすると，図１のように正八面体は交互に２色で塗り分けが可能なので，塗り分けには２色あればよい。

図１



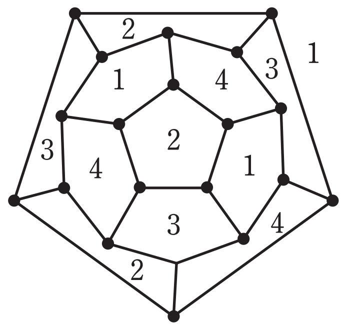
（答）２色

⑵　図２のように，正十二面体の１つの面を基準にして，平面に切り開いた図で考える。正十二面体の各面の周りには５つの面があり，これらを条件を満たすように３色で塗り分けることはできない。

４色の場合，⑴と同様，使う色を簡単のため１，２，３，４と番号で表すことにすると，図２のように４色で塗り分けることができる。

よって，塗り分けには少なくとも４色が必要である。

図２



（答）４色

問題6（必須）	

問題6
（必須）

与えられた2つの3次方程式が2個の共通解をもつことから，
$x^3+10x^2+ax+14=0$ の解を α，β，γ，$x^3+2x^2+bx-2=0$ の解を α，β，δ とおく。このとき，解と係数の関係から

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma=-10 & \cdots① \\ \alpha\beta\gamma=-14 & \cdots② \\ \alpha+\beta+\delta=-2 & \cdots③ \\ \alpha\beta\delta=2 & \cdots④ \end{cases}$$

が成り立つ。ここで②，④より，α，β，γ，δ はいずれも0でない。これより②を④で辺々割ると

$$\frac{\gamma}{\delta}=-7$$

$$\gamma=-7\delta \quad \cdots⑤$$

また，①から③を辺々引くと

$$\gamma-\delta=-8 \quad \cdots⑥$$

⑤，⑥を連立させて解くと

$$\gamma=-7,\ \delta=1$$

γ は $x^3+10x^2+ax+14=0$ の解だから

$$(-7)^3+10\cdot(-7)^2-7a+14=0$$

$$-7a=-161$$

$$a=23$$

δ は $x^3+2x^2+bx-2=0$ の解だから

$$1^3+2\cdot1^2+b-2=0$$

$$b=-1$$

一方，$\gamma=-7$，$\delta=1$ のとき

$$\alpha+\beta=-3,\quad \alpha\beta=2$$

であることから，α，β は t の2次方程式 $t^2+3t+2=0$ の2解である。この方程式を解くと

$$t=-2,\ -1$$

よって，求める共通解は $x=-2$，-1 である。

（答）$a=23$，$b=-1$，共通解は $x=-2$，-1

問題7（必須）	

(1) $x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$ より，$f(x)$ の定義域は実数全体である。このとき

$$f'(x)=\frac{2(x^2-x+1)-(2x-1)^2}{(x^2-x+1)^2}$$
$$=\frac{-2x^2+2x+1}{(x^2-x+1)^2}$$

より，関数 $f(x)$ について，その増減表をかくと下のようになる。

x	$\cdots$	$\frac{1-\sqrt{3}}{2}$	$\cdots$	$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	極小	↗	極大	↘

よって，$f(x)$ は

$x=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ のとき極小値 $f\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$x=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ のとき極大値 $f\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

をとる。

（答） $x=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ のとき極小値 $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$x=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ のとき極大値 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

---

(2)
$$f''(x)=\frac{(-4x+2)(x^2-x+1)^2-(-2x^2+2x+1)\cdot 2(x^2-x+1)(2x-1)}{(x^2-x+1)^4}$$
$$=\frac{-2(2x-1)\{(x^2-x+1)+(-2x^2+2x+1)\}}{(x^2-x+1)^3}$$
$$=\frac{2(2x-1)(x-2)(x+1)}{(x^2-x+1)^3}$$

これより，方程式 $f''(x)=0$ の解は $x=-1,\ \frac{1}{2},\ 2$

よって，$f(-1)=-1$，$f\left(\frac{1}{2}\right)=0$，$f(2)=1$ より，変曲点の座標は

$(-1,\ -1)$，$\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$，$(2,\ 1)$

である。

（答） $(-1,-1)$，$\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$，$(2,\ 1)$