

# 1 級

## 2次：数理技能検定

# 数学検定

## 実用数学技能検定<sup>®</sup>

[ 文部科学省後援 ]

[ 検定時間 ] 120分

### 検定上の注意

1. 自分が受検する階級の問題用紙であるか確認してください。
2. 検定開始の合図があるまで問題用紙を開かないください。
3. この表紙の右下の欄に、氏名・受検番号を書いてください。
4. 解答用紙の氏名・受検番号・生年月日の記入欄は、もれないように書いてください。
5. 解答はすべて解答用紙(No. 4まであります)に書き、解法の過程がわかるように記述してください。ただし、問題文に特別な指示がある場合は、それにしたがってください。
6. 問題1～5は選択問題です。2題を選択して、選択した問題の番号の○をぬりつぶし、解答してください。選択問題の解答は解いた順番に解答欄へ書いてもかまいません。ただし、3題以上解答した場合は採点されませんので、注意してください。問題6・7は、必須問題です。
7. 電卓を使用することができます。
8. 携帯電話は電源を切り、検定中に使用しないでください。
9. 問題用紙に乱丁・落丁がありましたら検定監督官に申し出てください。
10. 出題内容に関する事項を当協会の許可なくインターネットなどの不特定多数が閲覧できるような所に掲載することを固く禁じます。

下記の[個人情報の取扱い]についてご同意いただいたうえでご提出ください。

【このフォームでお預かりするすべての個人情報の取り扱いについて】

1. 事業者の名称 公益財団法人日本数学検定協会
2. 個人情報保護管理者の職名、所属および連絡先  
管理者職名：個人情報保護管理者  
所属部署：事務局 事務局次長 連絡先：03-5812-8340
3. 個人情報の利用目的 受検者情報の管理、採点、本人確認のため。
4. 個人情報の第三者への提供 団体窓口経由でお申込みの場合は、検定結果を通知するために、申し込み情報、氏名、受検階級、成績を、Webでのお知らせまたはFAX、送付、電子メール添付などにより、お申し込みもとの団体様に提供します。その他法令に定める特別な場合を除いて、ご本人様の同意なく第三者へ開示・提供いたしません。
5. 個人情報取り扱いの委託 前項利用目的の範囲に限って個人情報を外部に委託することがあります。
6. 個人情報の開示等の請求 ご本人様はご自身の個人情報の開示等に関して、下記の当協会お問い合わせ窓口にお申し出ることができます。その際、当協会はご本人様を確認させていただいたうえで、合理的な対応を期間内にいたします。

【問い合わせ窓口】

公益財団法人日本数学検定協会 検定問い合わせ係  
〒110-0005 東京都台東区上野 5-1-1 文昌堂ビル6階  
TEL：03-5812-8340 電話問い合わせ時間 月～金 9:30-17:00  
(祝日・年末年始・当協会の休業日を除く)

7. 個人情報を提供されることの任意性について  
ご本人様が当協会に個人情報を提供されるかどうかは任意によるものです。ただし正しい情報をいただけない場合、適切な対応ができない場合があります。

氏名

受検番号

—



公益財団法人  
日本数学検定協会

# 〔1級〕 2次：数理技能検定

## 問題1. (選択)

$m$  を0以上の整数とするとき、整数  $8m+7$  を3つの平方数の和で表すことができません。すなわち

$$8m+7 = a^2 + b^2 + c^2$$

を満たす整数  $a, b, c$  は存在しません(このことを証明する必要はありません)。

以上を用いて、次のことを証明しなさい。

$m, n$  を0以上の整数とするとき、整数  $4^n(8m+7)$  を3つの平方数の和で表すことができない。

(証明技能)

## 問題2. (選択)

次の無限級数の収束、発散について調べ、収束する場合はその和を求めなさい。

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{3n+1} - \frac{1}{3n+2} \right) = \left( 1 - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \right) + \dots$$

## 問題3. (選択)

四面体ABCDについて、その体積を  $V$  とするとき、不等式

$$AB^2 + AC^2 + AD^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 \geq 12 \cdot (3V)^{\frac{2}{3}}$$

を証明しなさい。また、等号が成り立つのは四面体ABCDが正四面体のときに限ることも示しなさい。ただし、次の①、②は証明せずに用いてもかまいません。

- ① 実正方行列  $P$  に対し、 $M = {}^t P P$  は実対称行列であり、 $M$  の固有値はすべて、0 または正である。ただし、 ${}^t P$  は  $P$  の転置行列を表す。
- ②  $n$  次実対称行列  $Q$  の固有値がすべて正ならば
- $$\operatorname{tr} Q \geq n(\det Q)^{\frac{1}{n}} \quad (\operatorname{tr} Q \text{ は } Q \text{ の対角成分の和, } \det Q \text{ は } Q \text{ の行列式})$$
- が成り立つ。等号成立は、 $Q$  が  $I_n$  ( $n$  次単位行列) の定数倍のときに限る。

(証明技能)

## 問題4. (選択)

A大学の男子学生の身長について、男子学生全体の平均は170 cm、A大学B学部の男子学生全体の標準偏差は5.0 cmであることがわかっています。

このとき、A大学B学部の男子学生の平均身長  $m$ (cm) について、次の方法で検定を行います。

- B学部の男子学生100人を無作為抽出し、身長を測定する。なお、この100は十分大きな値として扱ってよいものとする。このときのB学部の男子学生100人の平均身長を  $X$ (cm) とする。
- 帰無仮説  $H_0$  を  $m = 170$ 、対立仮説  $H_1$  を  $m \neq 170$  とする。
- A大学B学部の男子学生全体の身長は、正規分布に従うと仮定する。

実際に無作為抽出された100人の身長を測定したところ、 $X = 170.9$  でした。これについて、1-2-6ページの正規分布表の値を用いて、次の問いに答えなさい。(統計技能)

- (1) 有意水準を0.05とするとき、帰無仮説  $H_0$  を棄却することができるかどうかを確かめなさい。
- (2) 帰無仮説  $H_0$  を棄却するためには、有意水準をいくら以上の値にする必要があるかを求めなさい。答えは小数第4位を切り上げて小数第3位まで答えなさい。

## 問題5. (選択)

$n$  を4以上の整数とします。1辺の長さ  $n$  の正方形を、 $n^2$  個の単位正方形(1辺の長さ1の正方形)に分け、そこから左上隅の1個を除いた図形を考えます。たとえば  $n=8$  のときは図1のようになります。

この図形を、単位正方形3個からなる図2のピースだけでしきつめる(ピースをすき間なく並べて図形を埋めつくす)とき、 $k$  を正の整数として、次の問いに答えなさい。ただし、ピースどうしを重ねてはいけません。(証明技能)

- (1)  $n=3k+1$  のとき、しきつめ可能であることを証明しなさい。
- (2)  $n=3k+2$  のとき、しきつめ不可能であることを証明しなさい。

図1

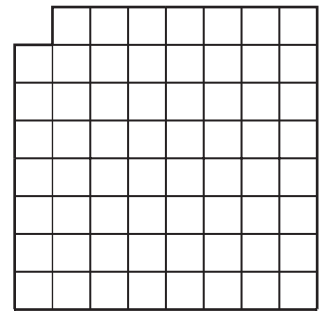


図2



## 問題6. (必須)

$R^2$  を実2次元線形空間とし,  $R^2$  から  $R^2$  への線形写像  $f$  を

$$f: \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3x_1 - 4x_2 \\ -6x_1 + 8x_2 \end{pmatrix}$$

によって定めます。これについて, 次の問いに答えなさい。

- (1)  $\text{Ker}f$ ( $f$ の核)を求めなさい。
- (2)  $R^2$ の基底 $\left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle$ に関する $f$ の表現行列を求めなさい。

## 問題7. (必須)

右の図のような  $R(\Omega)$ の抵抗,  $L(\text{H})$ のコイル,  $C(\text{F})$ のコンデンサを直列につないだ回路(RLC回路といいます)において, 起電力が時間の関数  $E(t)$  (V) であるとき, この回路に流れる電流  $I = I(t)$  (A)は微分方程式

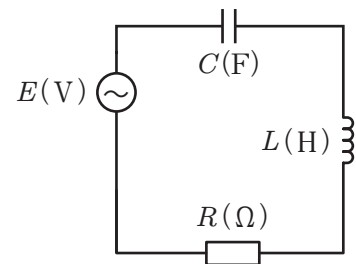
$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = \frac{dE(t)}{dt} \quad \dots (*)$$

を満たします(このことを証明する必要はありません)。

$L = 1$ ,  $R = 20$ ,  $C = 10^{-2}$ ,  $E(t) = 100 \sin 2t$ のとき, 初期条件

$$I(0) = 0, \quad \frac{dI}{dt}(0) = 0$$

を満たす(\*)の解  $I = I(t)$ を求めなさい。



## 正規分布表

下の表は確率変数  $X$  が平均 0, 分散 1 の正規分布に従うときの  $0 \leq X \leq u$  である確率を表します。

$u$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.00000	0.00399	0.00798	0.01197	0.01595	0.01994	0.02392	0.02790	0.03188	0.03586
0.1	0.03983	0.04380	0.04776	0.05172	0.05567	0.05962	0.06356	0.06749	0.07142	0.07535
0.2	0.07926	0.08317	0.08706	0.09095	0.09483	0.09871	0.10257	0.10642	0.11026	0.11409
0.3	0.11791	0.12172	0.12552	0.12930	0.13307	0.13683	0.14058	0.14431	0.14803	0.15173
0.4	0.15542	0.15910	0.16276	0.16640	0.17003	0.17364	0.17724	0.18082	0.18439	0.18793
0.5	0.19146	0.19497	0.19847	0.20194	0.20540	0.20884	0.21226	0.21566	0.21904	0.22240
0.6	0.22575	0.22907	0.23237	0.23565	0.23891	0.24215	0.24537	0.24857	0.25175	0.25490
0.7	0.25804	0.26115	0.26424	0.26730	0.27035	0.27337	0.27637	0.27935	0.28230	0.28524
0.8	0.28814	0.29103	0.29389	0.29673	0.29955	0.30234	0.30511	0.30785	0.31057	0.31327
0.9	0.31594	0.31859	0.32121	0.32381	0.32639	0.32894	0.33147	0.33398	0.33646	0.33891
1.0	0.34134	0.34375	0.34614	0.34849	0.35083	0.35314	0.35543	0.35769	0.35993	0.36214
1.1	0.36433	0.36650	0.36864	0.37076	0.37286	0.37493	0.37698	0.37900	0.38100	0.38298
1.2	0.38493	0.38686	0.38877	0.39065	0.39251	0.39435	0.39617	0.39796	0.39973	0.40147
1.3	0.40320	0.40490	0.40658	0.40824	0.40988	0.41149	0.41309	0.41466	0.41621	0.41774
1.4	0.41924	0.42073	0.42220	0.42364	0.42507	0.42647	0.42785	0.42922	0.43056	0.43189
1.5	0.43319	0.43448	0.43574	0.43699	0.43822	0.43943	0.44062	0.44179	0.44295	0.44408
1.6	0.44520	0.44630	0.44738	0.44845	0.44950	0.45053	0.45154	0.45254	0.45352	0.45449
1.7	0.45543	0.45637	0.45728	0.45818	0.45907	0.45994	0.46080	0.46164	0.46246	0.46327
1.8	0.46407	0.46485	0.46562	0.46638	0.46712	0.46784	0.46856	0.46926	0.46995	0.47062
1.9	0.47128	0.47193	0.47257	0.47320	0.47381	0.47441	0.47500	0.47558	0.47615	0.47670
2.0	0.47725	0.47778	0.47831	0.47882	0.47932	0.47982	0.48030	0.48077	0.48124	0.48169
2.1	0.48214	0.48257	0.48300	0.48341	0.48382	0.48422	0.48461	0.48500	0.48537	0.48574
2.2	0.48610	0.48645	0.48679	0.48713	0.48745	0.48778	0.48809	0.48840	0.48870	0.48899
2.3	0.48928	0.48956	0.48983	0.49010	0.49036	0.49061	0.49086	0.49111	0.49134	0.49158
2.4	0.49180	0.49202	0.49224	0.49245	0.49266	0.49286	0.49305	0.49324	0.49343	0.49361
2.5	0.49379	0.49396	0.49413	0.49430	0.49446	0.49461	0.49477	0.49492	0.49506	0.49520
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49896	0.49900
3.1	0.49903	0.49906	0.49910	0.49913	0.49916	0.49918	0.49921	0.49924	0.49926	0.49929
3.2	0.49931	0.49934	0.49936	0.49938	0.49940	0.49942	0.49944	0.49946	0.49948	0.49950
3.3	0.49952	0.49953	0.49955	0.49957	0.49958	0.49960	0.49961	0.49962	0.49964	0.49965
3.4	0.49966	0.49968	0.49969	0.49970	0.49971	0.49972	0.49973	0.49974	0.49975	0.49976
3.5	0.49977	0.49978	0.49978	0.49979	0.49980	0.49981	0.49981	0.49982	0.49983	0.49983



# 数学検定