

2 級

2次：数理技能検定

数学検定

実用数学技能検定[®]

[文部科学省後援]

[検定時間] 90分

検定上の注意

1. 自分が受検する階級の問題用紙であるか確認してください。
2. 検定開始の合図があるまで問題用紙を開かないでください。
3. この表紙の右下の欄に、氏名・受検番号を書いてください。
4. 解答用紙の氏名・受検番号・生年月日の記入欄は、もれのないように書いてください。
5. 解答はすべて解答用紙(N o. 1, N o. 2, N o. 3)に書き、解法の過程がわかるように記述してください。ただし、問題文に特別な指示がある場合は、それにしたがってください。
6. 問題1～5は選択問題です。3題を選択して、選択した問題の番号の○をぬりつぶし、解答してください。選択問題の解答は解いた順番に解答欄へ書いてもかまいません。ただし、4題以上解答した場合は採点されませんので、注意してください。問題6・7は、必須問題です。
7. 電卓を使用することができます。
8. 携帯電話は電源を切り、検定中に使用しないでください。
9. 問題用紙に乱丁・落丁がありましたら検定監督官に申し出てください。
10. 出題内容に関する事項を当協会の許可なくインターネットなどの不特定多数が閲覧できるような所に掲載することを固く禁じます。

下記の「個人情報の取扱い」についてご同意いただいたうえでご提出ください。

【このフォームでお預かりするすべての個人情報の取り扱いについて】

1. 事業者の名称 公益財団法人日本数学検定協会
2. 個人情報保護管理者の職名、所属および連絡先
管理者職名：個人情報保護管理者
所属部署：事務局 事務局次長 連絡先：03-5812-8340
3. 個人情報の利用目的 受検者情報の管理、採点、本人確認のため。
4. 個人情報の第三者への提供 団体窓口経由でお申込みの場合は、検定結果を通知するために、申し込み情報、氏名、受検階級、成績を、Webでのお知らせまたはFAX、送付、電子メール添付などにより、お申し込みものと団体様に提供します。その他法令に定める特別な場合を除いて、ご本人様の同意なく第三者へ開示・提供いたしません。
5. 個人情報取り扱いの委託 前項利用目的の範囲に限り個人情報を外部に委託することがあります。
6. 個人情報の開示等の請求 ご本人様はご自身の個人情報の開示等に関して、下記の当協会お問い合わせ窓口へ申し出ることができます。その際、当協会にご本人様を確認させていただいたうえで、合理的な対応を期間内にいたします。

【問い合わせ窓口】

公益財団法人日本数学検定協会 検定問い合わせ係
〒110-0005 東京都台東区上野 5-1-1 文昌堂ビル6階
TEL：03-5812-8340 電話問い合わせ時間 月～金 9:30-17:00
(祝日・年末年始・当協会の休業日を除く)

7. 個人情報を提供されることの任意性について
ご本人様が当協会に個人情報を提供されるかどうかは任意によるものです。ただし正しい情報をいただけない場合、適切な対応ができない場合があります。

氏名

受検番号

—



公益財団法人
日本数学検定協会

〔2級〕 2次：数理技能検定

問題1. (選択)

実数 x, y が $x^2 + 3y^2 = 9$ を満たすとき、 $x + y^2 - 1$ の最大値と最小値を求めなさい。
また、最大値と最小値をとるときの x, y の値をそれぞれ求めなさい。

問題2. (選択)

1 から 6 までの目がある 1 個のさいころがあります。右の表は、このさいころを 1 回振ったときにそれぞれの目が出る確率をまとめたものです。このさいころを 3 回続けて振るとき、次の問いに答えなさい。

(1) 1 の目と 6 の目がそれぞれ 1 回だけ出る確率を求めなさい。

(2) 出た目の数の積が 12 となる確率を求めなさい。

目	確率
1	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{6}$
3	$\frac{1}{6}$
4	$\frac{1}{6}$
5	$\frac{1}{6}$
6	$\frac{1}{12}$

問題3. (選択)

xy 平面上に点 $P(-1, 9)$ と方程式

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$$

で表される円 C があります。円 C の中心を A として、次の問いに答えなさい。

- (1) 2点 P, A 間の距離 d を求めなさい。

- (2) 点 P を中心とし、円 C と接する円のうち、半径が(1)の d よりも大きい円について、その方程式を求めなさい。

問題4. (選択)

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = 2^{n+1} - n - 2$ と表されるとき、次の問いに答えなさい。 (表現技能)

(1) 数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n を求めなさい。

(2) 次の和を求めなさい。

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k + 1}$$

問題5. (選択)

a, b, c を正の整数とし, M を

$$M = 3^a + 3^b + 3^c + 1$$

によって定めます。この M が立方数 (1, 8, 27, 64, … のように, 正の整数を 3 乗して得られる数) となるような a, b, c の組について, 次の問いに答えなさい。この問題は解法の過程を記述せずに, 答えだけを書いてください。 (整理技能)

- (1) $a < b = c \leq 10$ を満たす a, b, c が 1 組だけ存在します。その組 (a, b, c) を求めなさい。また, そのときの M の値を求めなさい。

- (2) $a < b < c \leq 10$ を満たす a, b, c が 2 組存在します。それらを両方とも求め, それぞれについて M の値を求めなさい。

問題6. (必須)

x を 2 より大きい定数とします。 $AB = x - 1$, $BC = x$, $CA = x + 1$ である $\triangle ABC$ において、 $\cos B = \frac{2}{7}$ であるとき、 次の問いに答えなさい。 (測定技能)

- (1) 余弦定理を用いて、 x の値を求めなさい。

- (2) (1)の結果を用いて、 $\triangle ABC$ の内接円の半径 r を求めなさい。

問題7. (必須)

関数 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 7$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) $f(x)$ の増減を調べ、その極値を求めなさい。また、極値をとるときの x の値を求めなさい。

- (2) k を定数とします。 x の3次方程式 $f(x) = k$ が異なる3つの正の実数解をもつとき、 k のとり得る値の範囲を求めなさい。この問題は解法の過程を記述せずに、答えだけを書いてください。



数学検定



(選択) 問題 番号 1 ○ 2 ○ 3 ○ 4 ○ 5 ○ 選択した番号の○内をぬりつぶしてください。	※特別に指示のないかぎり、解法の過程を記述してください。
--	------------------------------

ふと ぶぶん かなら きにゆう
 太わくの部分は必ず記入してください。

ここにバーコードシールを貼ってください。

2級2次

ふりがな		じゅけんばんごう 受検番号
せい 姓	めい 名	—
せいねん がっぴ 生年月日	しやうわ へいせい れいわ せいれき 昭和 平成 令和 西暦	ねん がつ にち 年 月 日 生
せい べつ 性別 (□をぬりつぶしてください) 男 <input type="checkbox"/> 女 <input type="checkbox"/>		ねん れい 年齢 歳
じゅう しょ 住所	□□□-□□□□	
		/ 5

● 答えを直すときは、消しゴムできれいに消してください。
● 答えは、解答用紙にはっきりと書いてください。

<p>(選択) 問題 番号 1 ○ 2 ○ 3 ○ 4 ○ 5 ○</p> <p>選択した番号の○内をぬりつぶしてください。</p>	<p>※特別に指示のないかぎり、解法の過程を記述してください。</p>
<p>(選択) 問題 番号 1 ○ 2 ○ 3 ○ 4 ○ 5 ○</p> <p>選択した番号の○内をぬりつぶしてください。</p>	<p>※特別に指示のないかぎり、解法の過程を記述してください。</p>

●問題 6, 7 は必須問題です。

2級2次 (No.3)

<p>問題 6 (必須)</p>	<p>※特別に指示のないかぎり、解法の過程を記述してください。</p>
<p>問題 7 (必須)</p>	<p>※特別に指示のないかぎり、解法の過程を記述してください。</p>

●答えを直すときは、消しゴムできれいに消してください。
●答えは、解答题紙にはっきりと書いてください。

2級2次

●この2次・数理技能検定が実施された日時を書いてください。

時間 日付
 : :
 () () 年 () () 月 () () 日
 時 () () 分 () () 分

●検定時間内に記入できるかたはアンケートにご協力ください。あてはまるものの□をぬりつぶしてください。

<p>算数・数学は得意ですか。</p> <p>はい <input type="checkbox"/> いいえ <input type="checkbox"/></p>	<p>おもしろかった問題は何番ですか。2つまで選んでください。</p> <p>1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/></p>
<p>時間</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>みじか よい なが</p> <p>短い よい 長い</p>	<p>程度</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>むずか 難しい ふつう やさしい</p> <p>難しい ふつう 易しい</p> <p>検定をしているとき、 <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>監督官はずっといましたか。 はい いいえ</p>

<p>(選択) 問題番号</p> <p>1 ●</p> <p>2 ○</p> <p>3 ○</p> <p>4 ○</p> <p>5 ○</p> <p>選択した番号の○内をぬりつぶしてください。</p>	<p>$x^2 + 3y^2 = 9$ より</p> $y^2 = \frac{9-x^2}{3} \dots \textcircled{1}$ <p>$y^2 \geq 0$ であるから</p> $9 - x^2 \geq 0$ $-3 \leq x \leq 3 \dots \textcircled{2}$ <p>①を $x + y^2 - 1$ に代入すると</p> $x + y^2 - 1 = x + \frac{9-x^2}{3} - 1$ $= -\frac{1}{3}x^2 + x + 2$ <p>$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x + 2$ とすると</p> $f(x) = -\frac{1}{3}(x^2 - 3x) + 2$ $= -\frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}$ <p>②の範囲において $f(x)$ は</p> <p>$x = \frac{3}{2}$ のとき最大値 $\frac{11}{4}$</p> <p>$x = -3$ のとき最小値 -4 をとる。</p>	<p>ここで、①より</p> <p>$x = \frac{3}{2}$ のとき</p> $y^2 = \frac{9}{4}, \text{ すなわち } y = \pm \frac{3}{2}$ <p>$x = -3$ のとき</p> $y^2 = 0, \text{ すなわち } y = 0$ <p>であるから、$x + y^2 - 1$ は</p> <p>$x = \frac{3}{2}, y = \pm \frac{3}{2}$ のとき最大値 $\frac{11}{4}$</p> <p>$x = -3, y = 0$ のとき最小値 -4 をとる。</p> <p>(答) $x = \frac{3}{2}, y = \pm \frac{3}{2}$ のとき最大値 $\frac{11}{4}$</p> <p>$x = -3, y = 0$ のとき最小値 -4</p>
--	--	--

ふと ぶぶん かなら きにゆう
 太わくの部分は必ず記入してください。

ここにバーコードシールを貼ってください。

2級2次

ふりがな		受検番号	
姓	名	—	
生年月日	昭和 平成 令和 (西暦)	年	月 日 生
性別 (□をぬりつぶしてください)	男 <input type="checkbox"/> 女 <input type="checkbox"/>	年齢	歳
住所	□□□-□□□□		5

<p>(選択) 問題番号</p> <p>1 <input type="radio"/></p> <p>2 <input checked="" type="radio"/></p> <p>3 <input type="radio"/></p> <p>4 <input type="radio"/></p> <p>5 <input type="radio"/></p> <p>選択した番号の○内をぬりつぶしてください。</p>	<p>(1) さいころを3回振って1の目が1回, 6の目が1回, 2, 3, 4, 5のいずれかの目が1回出るときの目の出方の総数は, $3! \cdot 4$ (通り)である。 したがって, 求める確率は</p> $3! \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ <p style="text-align: right;">(答) $\frac{1}{12}$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>(2) さいころを3回振って, 出た目の数の積が12となるのは</p> <p>(i) 1, 2, 6の目が1回ずつ出る (ii) 1, 3, 4の目が1回ずつ出る (iii) 2の目が2回, 3の目が1回出る</p> <p>のいずれかのときであり, これらは互いに同時には起こらない。</p> <p>(i)が起こる確率は, $3! \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{48}$ (ii)が起こる確率は, $3! \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{24}$ (iii)が起こる確率は, ${}_3C_1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{72}$</p> <p>よって, 求める確率は</p> $\frac{1}{48} + \frac{1}{24} + \frac{1}{72} = \frac{3+6+2}{144} = \frac{11}{144}$ <p style="text-align: right;">(答) $\frac{11}{144}$</p>
<p>(選択) 問題番号</p> <p>1 <input type="radio"/></p> <p>2 <input type="radio"/></p> <p>3 <input checked="" type="radio"/></p> <p>4 <input type="radio"/></p> <p>5 <input type="radio"/></p> <p>選択した番号の○内をぬりつぶしてください。</p>	<p>(1) 円 C の方程式を変形すると</p> $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 3^2$ <p>であるから, 中心 A の座標は $(4, -3)$, 半径は 3 である。 よって, 2点 P, A 間の距離 d は</p> $d = \sqrt{(4+1)^2 + (-3-9)^2} = \sqrt{25+144} = 13$ <p style="text-align: right;">(答) $d = 13$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>(2) 条件を満たす円を C_1, その半径を r とする。</p> <p>(1)の結果(dがCの半径3より大きい)より, 円 C_1 の中心 P は円 C の外側にあるから, 2つの円 C, C_1 が接して, かつ $r > d$ となるのは, 2つの円が内接する場合である。</p> <p>このとき, $d = r - 3$ より</p> $r = 13 + 3 = 16$ <p>よって, 円 C_1 の方程式は</p> $(x+1)^2 + (y-9)^2 = 256$ <p style="text-align: right;">(答) $(x+1)^2 + (y-9)^2 = 256$</p>

<p>(選択) 問題番号</p> <p>1 <input type="radio"/></p> <p>2 <input type="radio"/></p> <p>3 <input type="radio"/></p> <p>4 <input checked="" type="radio"/></p> <p>5 <input type="radio"/></p> <p>選択した番号の○内をぬりつぶしてください。</p>	<p>(1) $n = 1$ のとき $a_1 = S_1 = 2^{1+1} - 1 - 2 = 1$ $n \geq 2$ のとき $a_n = S_n - S_{n-1}$ $= 2^{n+1} - n - 2 - \{2^{n-1+1} - (n-1) - 2\}$ $= 2^n - 1 \quad \dots \textcircled{1}$</p> <p>$\textcircled{1}$に $n = 1$ を代入したときの式の値は1で、これは a_1 に等しい。 よって、$a_n = 2^n - 1$ である。</p> <p style="text-align: right;">(答) $a_n = 2^n - 1$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>(2) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k + 1} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2^k - 1 + 1} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k$ これは、初項 $\frac{1}{2}$、公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列の初項から第 n 項までの和であるから</p> $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k + 1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n}$ <p style="text-align: right;">(答) $1 - \frac{1}{2^n}$</p>
<p>(選択) 問題番号</p> <p>1 <input type="radio"/></p> <p>2 <input type="radio"/></p> <p>3 <input type="radio"/></p> <p>4 <input type="radio"/></p> <p>5 <input checked="" type="radio"/></p> <p>選択した番号の○内をぬりつぶしてください。</p>	<p>(1) (答) $(a, b, c) = (2, 3, 3)$ のとき $M = 64$</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>(2) (答) $(a, b, c) = (3, 5, 6)$ のとき $M = 1000$ $(a, b, c) = (4, 7, 9)$ のとき $M = 21952$</p>

<p>問題6 (必須)</p>	<p>(1) $\triangle ABC$において、余弦定理より $CA^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B$ であるから $(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2 - 2 \cdot (x-1) \cdot x \cdot \frac{2}{7}$ $\frac{3}{7}x^2 - \frac{24}{7}x = 0$ $x(x-8) = 0$ $x = 0, 8$ $x > 2 \text{ より, } x = 8$ <p style="text-align: right;">(答) $x = 8$</p> </p>	<p>$\triangle ABC$の面積をSとすると $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin B$ $= \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \cdot \frac{3\sqrt{5}}{7}$ $= 12\sqrt{5} \quad \dots \textcircled{1}$ $\triangle ABC$の内接円の半径rを用いると、Sは $S = \frac{1}{2} r (AB + BC + CA)$ $= \frac{1}{2} r (7 + 8 + 9)$ $= 12r \quad \dots \textcircled{2}$ $\textcircled{1}, \textcircled{2}$より $12\sqrt{5} = 12r$ $r = \sqrt{5}$ <p style="text-align: right;">(答) $r = \sqrt{5}$</p> </p>																		
<p>問題7 (必須)</p>	<p>(1) $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 7$を微分して $f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$ $= 3(x-1)(x-5)$ より、$f(x)$の増減表は右のようになる。 よって、$f(x)$は$x=1$のとき極大値 $f(1) = 1 - 9 + 15 + 7 = 14$ $x=5$のとき極小値 $f(5) = 125 - 225 + 75 + 7 = -18$ をとる。 <p style="text-align: right;">(答) $x=1$のとき極大値14, $x=5$のとき極小値-18</p> </p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;">5</td> <td style="padding: 2px;">...</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 2px;">+</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">-</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 2px;">↗</td> <td style="padding: 2px;">極大</td> <td style="padding: 2px;">↘</td> <td style="padding: 2px;">極小</td> <td style="padding: 2px;">↗</td> </tr> </table>	x	...	1	...	5	...	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗
x	...	1	...	5	...															
$f'(x)$	+	0	-	0	+															
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗															
<p>(2) (答) $7 < k < 14$</p>																				