

数学甲子園[®]2017

〔文部科学省後援〕 第10回 全国数学選手権大会

Sugaku Koshien 2017

予選

競技上の注意

1. 開始の合図があるまで問題用紙を開かないでください。
2. 制限時間は60分です。
3. 競技中は他の人と相談することはできません。
4. 筆記用具、消しゴムのみ使用することができます。
5. 途中提出することはできません。

解答上の注意

1. 解答用紙には答えだけを書いてください。
2. 答えが分数になるとき、約分してもっとも簡単な分数にしてください。
3. 答えに根号が含まれるとき、根号の中の数はもっとも小さい正の整数にしてください。

下記の「個人情報の取扱い」についてご同意いただいたうえでご提出ください。

【この解答用紙でお預かりするすべての個人情報の取扱いについて】

1. 事業者の名称 公益財団法人 日本数学検定協会
2. 個人情報保護管理者の職名、所属及び連絡先
管理者職名：個人情報保護管理者 所属部署：事務局 事務局次長 連絡先：電話 03-5812-8340
3. 個人情報の利用目的 「数学甲子園」の参加者情報の管理、採点、本人確認のため
4. 個人情報の第三者への提供 参加者の紹介のため、氏名、学校名、都道府県名、写真、動画等を、当協会の広報誌、公式サイトやマスコミ等を通じて、広く一般的に提供することがあります。
5. 個人情報取り扱いの委託 前項利用目的の範囲に限って個人情報を外部に委託することがあります。
6. 個人情報の開示等の請求 ご本人様はご自身の個人情報の開示等に関して、下記の当協会お問い合わせ窓口に申し出ることができます。その際、当協会にご本人様を確認させていただいたうえで、合理的な対応を期間内にいたします。
【お問い合わせ窓口】
公益財団法人 日本数学検定協会 「数学甲子園」係 〒110-0005 東京都台東区上野5-1-1 文昌堂ビル6階
TEL：03-5812-8340 電話受付時間 月～金 9:30～17:00（祝日・年末年始・当協会の休日を除く）
7. 個人情報を提供されることの任意性について ご本人様が当協会に個人情報を提供されるかどうかは任意によるものです。ただし正しい情報をいただけない場合、適切な対応ができない場合があります。



公益財団法人
日本数学検定協会

数学甲子園[®]2017 第10回 全国数学選手権大会 予選

問題1. 次の式を因数分解しなさい。

$$(x^2 - 3x - 9)(x^2 - 3x + 1) - 11$$

問題2. 放物線 $y = x^2 + 4kx - 2k^2 + 11k - 4$ が x 軸と共有点をもち、それらがすべて $x < -2$ の範囲にあるとき、定数 k のとり得る値の範囲を求めなさい。

問題3. $\frac{10578}{11562}$ を既約分数で表しなさい。

問題4. $AB = 8$, $BC = 15$, $CA = 17$ の $\triangle ABC$ に円が内接しています。円と辺 AB , BC の接点をそれぞれ D , E とします。線分 AE と線分 CD の交点を F とするとき、 $CF : FD$ を求めなさい。

問題5. a , b を正の数とします。 $ab = 6$ のとき、 $5a + 2b$ の最小値を求めなさい (a , b の値を答える必要はありません)。

問題6. 次の計算をなさい。ただし、 i は虚数単位を表します。

$$\left(\frac{2}{\sqrt{3} + i}\right)^3$$

問題7. $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、方程式 $\sqrt{6} \cos 2\theta - \sqrt{2} \sin 2\theta = 2$ を満たす θ の値を求めなさい。

問題8. $\log_{10} 2 = a$ とすると、次の値を a を用いて表しなさい。

$$\log_5 10$$

問題9. 以下の条件で定められる数列 $\{a_n\}$ について、第 n 項 a_n を求めなさい。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = -2a_n + 6 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

問題10. 下の表は、20人に5点満点のテストを行った結果です。この点数のデータの標準偏差を求めなさい。答えは小数第3位を四捨五入して小数第2位まで求めなさい。

点数	0	1	2	3	4	5
人数	1	3	3	5	4	4

問題11. 半径 r の球が平面に置かれています。球の中心を通り、平面に垂直な直線上の1点から光が放射状に出ます。光の出る点の平面からの高さを $h (> 2r)$ とします。平面上にできる球の影の面積が球の表面積に等しいとき、 h を r を用いて表しなさい。

問題12. ある学年の生徒200人がE検定、K検定、S検定を受検しました。E検定に合格した人数は93人、K検定に合格した人数は117人、S検定に合格した人数は110人でした。また、3つの検定試験に合格した人数は12人であり、E検定とS検定に合格した人数は33人、K検定とS検定に合格した人数は55人でした。どの生徒も3つの検定試験を受検し、少なくとも1つの検定試験に合格しているとき、E検定とK検定の2つの検定試験にのみ合格した人数は何人ですか。

問題13. a を正の定数とします。3辺の長さが $a, a+2, a+4$ である鈍角三角形が存在するとき、 a のとり得る値の範囲を求めなさい。

問題14. 9人を2人, 2人, 2人, 3人の4グループに分ける方法は何通りありますか。

問題15. ある国には, 3つの航空会社A, B, Cがあり, この国の2都市間を結ぶどの航空路線もA社, B社, C社のいずれかの路線です。この国の都市を結ぶ航空路線を, 次の条件を満たすように配置します。

(条件) 3つの航空会社のうち, どの1つの航空会社もそのすべての路線の運航を停止しても, 残りの2つの航空会社の路線を(乗り継ぎを許して)利用することによって, ある都市から別のすべての都市へ行くことが可能である。

11都市を結ぶ航空路線を配置するとき, 上の条件を満たすような総路線数の最小値を求めなさい。

問題16. 4個のさいころA, B, C, Dを同時に振り、出た目の数の積を求めます。このとき、積が合成数になる確率を求めなさい。ただし合成数とは、2つ以上の素数の積で表される数のことをいいます。

問題17. 分母, 分子がともに x の1次式である分数式 $f(x)$ があります。

$$f(2) = 0, f(6) = 4, f(8) = 9$$

のとき, $f(18)$ の値を求めなさい。

問題18. xy 平面において, 連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y - 3 \leq 0 \\ x^2 + 2y - 4 \geq 0 \end{cases}$$

の表す領域を D とします。点 $P(x, y)$ が D 内を動くとき, $\frac{y}{x+2}$ の最大値と最小値をそれぞれ求めなさい (x, y の値を答える必要はありません)。

問題19. $\triangle ABC$ の内部に $2\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} + 4\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ を満たす点 P があります。 $\triangle APB$, $\triangle BPC$, $\triangle CPA$ の面積をそれぞれ S_1 , S_2 , S_3 とするとき, 比 $S_1 : S_2 : S_3$ をもっとも簡単な整数の比で表しなさい。

問題20. 放物線 $y = -x^2 + 4x$ と x 軸で囲まれた部分の面積が, 直線 $y = ax$ で2等分されるように定数 a の値を定めなさい。



数学検定