

# 数学の科学・工学分野への適用調査

学習数学研究所

中村 力

## 要約

科学や工学の各分野でどのような数学の内容・手法が適用されているかという一連の調査を実施し、全体俯瞰マップを作成したので報告する。

**キーワード:**力学系数学、電気系数学、情報系数学、金融系数学、俯瞰チャート、STEAM 教育

## 1. はじめに

数学が、科学や工学の分野で広く活用されていることは疑う余地はないが、具体的に物理学などの自然科学や、機械工学、電気工学、建築・土木工学といった各種工学の分野で、数学のどのような内容・手法が適用されているかという調査を実施した結果について報告する。

## 2. 全体俯瞰マップとは

数学、科学、工学の3つの領域において、それらが互いにどのような関連があるかを、各種文献やネット情報からの検索などでまとめた図が、全体俯瞰マップ(別紙参照)である。

数学のさまざまな分野・手法が物理学などの自然科学の分野や各種工学の分野と複雑に絡みあいながら、非常に密接な関係にあることがわかる。

一見、秩序立っていない混とんとした図と思われるが、適用分野に応じて数学が電気系、力学系、情報系、金融系の大きく4つの分野に関連づけられるように考えられる。特に、電気系、力学系は物理学をインターフェースとして経由しながら、建築・土木・機械工学、電気工学などの工学へ関連しており、情報系に関しては、科学系のフィールドとして情報科学を経由して、情報・通信工学と結びついている。また制御理論も制御工学に関連するとして、力学系へ組み入れたが、情報系へ組み込んだほうがよいかもしれない。

また、金融系も数理ファイナンスを経て、金融工学へ関連していると思われる。

## 3. 調査結果

次に4分野、すなわち、力学系、電気系、情報系、金融系における数学とは具体的に何か、各分野を構成するそれぞれの要素が中学、高校、大学で学ぶ数学のどの内容(単元)と関係づけられ、どのようにマッピングされるのかを調査した。

### (1) 力学系数学

#### ①古典力学(ニュートン力学)

質点の力学では、微分法・積分法、ベクトル（解析）、微分方程式を主として扱う。とくに、時間 $t$ を1変数とする位置座標に関する微積分や常微分方程式はよく用いられる。

質点から剛体、弾性体・流体といった連続体を扱う力学になると、大きさのない点としていた物体を大きさのある物体として扱うようになるので、質量が重積分で求められる慣性モーメントにシフトすることもある。また、3次元のベクトルで表される力は連続体ではテンソルに、連続体の場を支配する方程式は偏微分方程式のナビエ・ストークスの方程式が用いられるようになる。

## ②解析力学

解析力学は変分原理に基づいた力学の定式化であり、ラグランジアン、ハミルトニアンという関数に関する偏微分（方程式）で物体の運動が表現され、正準変換、ルジャンドル変換も出てくる。

## ③熱力学

平衡系の熱力学では、熱的なマクロな現象をマクロ的手法で解明する。エントロピーなどの抽象的ともいえる状態量と熱力学変数において、ルジャンドル変換や偏微分、全微分、完全微分と関連してくる。熱力学と異なり、熱的なマクロな現象をミクロな視点での（統計的）手法で探るのが統計力学である。

## ④制御理論

制御理論に関しては、古典制御理論と現代制御理論に大きく二分され、古典制御理論ではシステムの入力と出力だけに注目したラプラス変換による機械的な計算が主であるが、現代制御理論では、システムの入力と出力だけでなく、システムの内部状態も変数にした行列（線形代数）を含んだ状態方程式を扱い、数学的にも高度かつ複雑になる。さらにシステムの安定性基準に関して行列演算や最適理論など高度な数学的理論が出てくる。

## (2) 電気系数学

### ①直流（定常電流）

直流（定常電流）はオームの法則、キルヒホッフの法則が主で、中学数学で理解できる内容もあるが、連立方程式で解く計算では線形代数を知っていたほうがよい場合もある。

### ②交流と交流理論

交流と交流理論では、三角関数、ベクトル、複素数といった高校数学が必要になってくる。交流理論では常微分方程式やその解法であるラプラス変換が一部関連してくる。

### ③電気と磁気（電磁気学）

電気と磁気（電磁気学）では高度な大学数学が必要になってくる。微積分（偏微分、重積分も含めて）は勿論、ベクトル解析そして電磁気学の集大成であるマクスウェル方程式では偏微分方程式が関連してくる。

### (3) 情報系数学

#### ①情報通信理論

情報通信理論は、熱力学で出てきたエントロピーと関連し、主に情報エントロピーを表す対数が使われる。通信路符号化では確率や線形代数にも関連してくる。ただ、符号化理論では、ガロア拡大体といった代数学の知識が必要になってくる。

#### ②情報数学・離散数学

主に集合と論理、グラフ理論などの離散数学自体に関連する。

#### ③多変量統計解析

多変量統計解析は、従来からの古典的手法で、主に統計学や線形代数が用いられている。

この領域はダイナミックに変動している。今後、データサイエンスや人工知能と関連し、非常に活性化する領域でもあり、調査を継続したいと考えている。

### (4) 金融系数学

証券投資理論では、中学数学に加え、統計学を含む高校レベルの幅広い数学が関連している。さらに、デリバティブ価格を算出するうえで用いられる、ブラック=ショールズ方程式は、確率過程を含む高度な偏微分方程式（非線形偏微分方程式）である。

また、財務分析（コーポレートファイナンス）、経済理論にも数学が大いに関連している。

## 4. 結語

今回の調査において4つの数学系にまとめたが、考え方次第では、電気系、力学系を1つにすべきなど他にさまざまな分類の仕方があるかもしれない。ただ分類の方法でいろいろ考えても次のステップに進めないのが、今回は便宜上4つに分類し、それぞれの単元・内容がどの数学要素にマッピングされるのかを調査した。

4分野のどの分野をとってもそれぞれ特徴や個性はありながらも、数学と密接な関係にあり、全分野とも数学抜きでは学問体系は成り立たないといっても過言でない。

また、この4分野はそれぞれ独立しているわけではなく、例えば、力学と電気系（電磁気学）とは今回の調査では便宜上分けたが、

$$F = qE \quad (F : \text{力}, \quad q : \text{電荷}, \quad E : \text{電場 (電界)})$$

という関係式で互いに関連付けられる。

このように底流となっている数学を通じて、4つの調査分野が互いに関連し合っている事実も興味深いと思われる。

## 5. 今後の予定

今後は、より高度な物理学の内容である量子力学、統計力学、相対性理論に対しても調査を行い、結果をまとめる予定である。

量子力学、統計力学は半導体など物性（マテリアル）に関連し、さらに量子力学は未来の計

算機ともいわれる量子コンピュータなど情報理論とも関連してくる。相対性理論は実用的にはGPSや衛星での計測に関連してくるが、宇宙・天体の起源、重力波、素粒子の起源など夢とロマンにあふれた分野でもあるので、その領域を記述する数学は一体何か、おおいなるモチベーションを保ちつつ調査・研究してみたいと思う。

さらに、情報系において現在活況を呈しているデータサイエンス、人工知能（機械学習、深層学習等）がどのような数学と関連しているのかも調査を進める予定である。

これらの調査作業を通じて、数学が数理科学や情報科学など、また工学の分野とどう関連しているか見極め、さらにSTEAM教育の観点から提言できることはないかを考察していきたい。

## 引用・参考文献

### (1)「力学系数学」関連

- [1]小出昭一郎 物理学（三訂版） 裳華房 1997年 (※)
- [2]砂川重信 力学の考え方 岩波書店 1993年 (※)
- [3]原康夫 物理学基礎 学術図書出版社 2016年 (※)
- [4]山内恭彦 一般力学 増訂第3版 岩波書店 1992年
- [5]伊藤克司 解析力学 講談社 2009年
- [6]砂川重信 熱・統計力学の考え方 1993年
- [7]戸田盛和 熱・統計力学 岩波書店 1983年
- [8]佐藤和也、平元和彦、平田研二 はじめての制御工学 講談社 2010年
- [9]佐藤和也、下本陽一、熊澤典良 はじめての現代制御理論 講談社 2012年
- [10]豊橋技術科学大学高等専門学校制御工学教育連携プロジェクト 制御工学 実教出版 2012年
- [11]藤川英司 鈴木勝正他 制御理論の基礎と応用 産業図書 1995年
- [12]川崎晴久 ロボット工学の基礎 森北出版 1991年

### (2)「電気系数学」関連

- [13]砂川重信 電磁気学の考え方 岩波書店 1993年
- [14]高橋秀俊 電磁気学 裳華房 1959年
- [15]山田直平・桂井誠 電気磁気学（3版改訂） 電気学会 2002年
- [16]砂川重信 理論電磁気学 紀伊国屋書店 1999年

(1)における(※)の書籍も参考にした

### (3)「情報系数学」関連

- [17]先名健一 例題で学ぶ符号理論入門 森北出版 2011年
- [18]稲井寛 はじめての情報理論 森北出版 2011年
- [19]佐藤洋 情報理論 裳華房 1983年
- [20]宮川洋 情報理論 コロナ社 1979年

[21]寺田文行他 情報数学の基礎 サイエンス社 1999年

[22]河口 至商 多変量解析入門 1973年

(4)「金融系数学」関連

[23]石野雄一 道具としてのファイナンス 日本実業出版社 2005年

[24]デービッド・G.ルーエンバーガー, 今野 浩他 金融工学入門第2版 日本経済新聞出版社  
2015年

[25]木島正明 金融工学 日本経済新聞出版社 2002年

[26]木島正明他 ファイナンス理論入門 朝倉書店 2012年

[27]木島正明、岩城秀樹 経済と金融工学の基礎数学 朝倉書店 1999年

[28]手嶋宣之 基本から本格的に学ぶ人のためのファイナンス入門 ダイヤモンド社 2011年

[29]滝川好夫 たのしく学ぶミクロ経済学 ミネルヴァ書房 2009年

[30]滝川好夫 たのしく学ぶマクロ経済学 ミネルヴァ書房 2008年

(別紙)

\*\*\*\*\* 実用数学調査 \*\*\*\*\*

(全体俯瞰マップ)

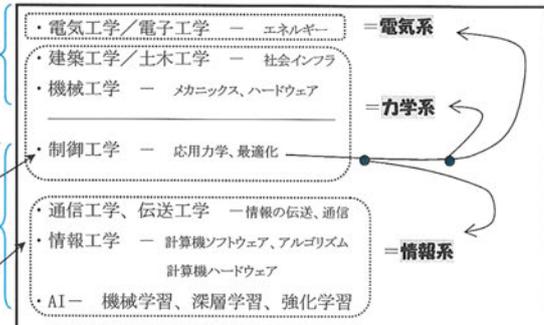
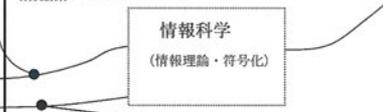
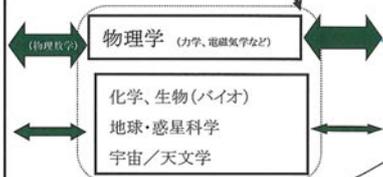
基礎/Pure ←-----→ 応用/Applied



算数⇒中学数学⇒高校数学 ⇒ 大学数学

小学理科⇒中学理科⇒高校理科

- ・微分/偏微分 - 1変数関数/多変数関数
- ・積分/重積分 - 1変数関数/多変数関数
- ・線形代数(ベクトル、行列、テンソル)
- ・常微分方程式
- ・偏微分方程式
- ・複素関数
- ・ベクトル解析
- ・フーリエ解析 (解法)
- ・ラプラス変換 (解法)
- ・関数解析
- ・群論(対称性)
- ・代数学
- ・確率/統計
- ・離散数学
- ・リーマン幾何学、微分幾何学
- ・トポロジー、多様体



=電気系  
=力学系  
=情報系  
=金融系