1　数学的活動と言語活動の間で

高校の教育課程におきまして，新しい学習指導要領（平成 30 年告示）にもとづく教育活動が 2 年目を迎えました。各先生方におかれましては，それらに対応して授業を構築され発問の仕方を工夫されたりと，生徒に与える教材からその準備まで，より多面的で様々なアプローチを考案され実行されていることかと存じます。

ご存知のように世情を見渡すと，IoT や AI（人工知能）などを駆使した先進技術が進展し，教育現場でもこれらを利活用することで，新たな時代，すなわち「Society 5.0」の動きに対応する「学び」の一端を教育活動に導入しているところも多いでしょう。コロナの影響を受けた約 3 年間で，学校の意義が新たに問われ，その中では不易の部分が存在していることも確認されつつも，少子化における若い世代の 1 人ひとりの「学び」の姿勢は，10 年程前の教育活動では思いもよらなかったことが進展しているものといっても過言ではないはずです。高校の現場では，日本ばかりではなく世界全体の動きを把握しながらも，大学入試に沿う教育活動に偏重しがちな部分も存在しますが，高大接続の改革の動きと合わせて，未来を担う世代に対する教育にも着手し対応しなければならない現況となっています。

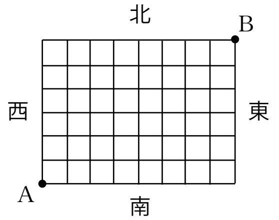
具体的に話をすすめていきますが，私自身はといいますと，普段の授業で優先していることの 1 つに，「**数学的活動**」の中で，生徒がこれまでに育み培ってきた「**言語活動**」をより多彩にアレンジできるような機会を提供できるようにしています。つまり，中学・高校数学を「学ぶ」ということは，ただ単に大学入試の数学の問題を「解く」ことばかりではなく，生徒がもち合わせている様々な「能力」の質をいかに見極めた上で，より多面的な「考え」をもち合わせて，新たな時代に対応できる礎を構築できるようにつとめなければならないものと感じています。教科書などを通して育まれる数学的な観点とその言語活動には，多大な時間が必要であることはいうまでもありません。先生方もご存知のように，数学の解答（答案）を作成する際には，論理的で正しいことを綴っていかなければならない側面が存在しますが，解答を作成した者だけが，わかればよいということではなく，他者がそれを読んだときに，疑義がなく正しく綴られており，問題が紐解かれていることが前提となるはずでしょう。それを実現するためには，日々の学習（授業）の中で，指導者（教員・先生）側がある程度，それを誘導・誘引しておく必要は否めないものであり，教科書や問題集や参考書などに掲載されている模範解答とよばれるものは，これまでの偉人が成し遂げたことをよりコンパクトに仕立て，できる限り無駄のないことが述べられているということも伝えておくべき内容の一つだと私は感じています。

このような視点をもって私は授業に臨むようにしているため，むしろ普段の授業では，これとは逆行するかのように，無駄なことも余計なことと思われることも含めて語ったり板書したりと，その中で生徒 1 人ひとりが「**数学的活動**」を通し，自分のもち合せている「力」に即して，ノートに綴るようにと指示する場面があります。きっとそれらは生徒にとって一種の「**言語活動**」であり，問題を「解く」よりも，生徒 1 人ひとりがある問題に対し，自分はここまで「考えた」と

いう足跡を残す意味で，解答（ノート作成）を作成しておくことは，教育的な意義も含め重要なことだと私は思っています。そして，生徒自らが解答を作成するためには，数学の言葉や定義を正しく理解することから始める必要があり，それらを一つずつ指導者側が述べていかなければならないでしょう。その問題を紐解き，生徒１人ひとりが解答を作成していくには，それ以前に述べられたことと組み合わせて「ストーリー」を考えていかなければならない側面もあるため，どのような「見通し」を立て書き綴っていくのかも，共有したい場面ではないのでしょうか。また，生徒１人ひとりの「**言語活動**」は一様に同じではなく質的にも異なるため，生徒全員の解答がすべて揃う（同じ文言で綴られている）ということはないかと思います。模範解答とは異なっていても，数学的に正しく綴られていることは評価に値するはずです。このようなことは短時間で習得できるものではなく，生徒にそのようなことも含めて授業の中で還元しておく必要もあるかと思います。

例えば，次の **例題１** はいかがでしょうか.「解く」ことに対し，同じものごとを語っている数学的な表現の多面性を感じることができる場面かと思います。

例題１



図のように，東西南北に走る道路網があり等間隔に整備されている。このとき，次の**【条件】**を考える。

【条件】点 A から点 B に行く最短経路で，角をちょうど 5 回曲がる。

(1)　次の⓪〜⑤のことがらのうち，**【条件】**と同じ場合の数となるものは $\boxed{\text{ア}}$ である。

⓪　14 人の中から代表 5 名を選ぶ場合の数

①　14 個のボールを，5 人に分けるとき，ボールをもらわない人がいてもよい分け方の場合の数

②　14 個のボールを，5 人に分けるとき，誰もが少なくとも 1 個はもらえる分け方の場合の数

③　$\boxed{+}$ と書かれた 8 枚のカードと $\boxed{-}$ と書かれた 6 枚のカードの合計 14 枚を，横一列に並べる場合の数

④　$\boxed{+}$ と書かれた 8 枚のカードと $\boxed{-}$ と書かれた 6 枚のカードの合計 14 枚を，横一列に並べるとき，符号の変化が 5 回起こるように並べる場合の数

⑤　$\boxed{+}$ と書かれた 8 枚のカードと $\boxed{-}$ と書かれた 6 枚のカードの合計 14 枚の中から，5 枚のカードを選ぶ場合の数

(2)　**【条件】**を満たす場合の数を求めよ。

例題１ における (1) の選択肢⓪～⑤の１つひとつは，生徒にとって，１コマの授業ですべてを理解し習得することは中々難しいものだと思います。指導者側もこれらのすべての理解と習得に向けて，何回かの授業に分け多くの時間をかけ語り尽くしていることでしょう。具体的には，次のような **例題２** や **例題３** に取り組み，授業で話されているのではないかと思います。

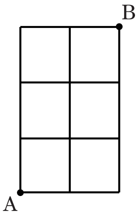
例題２

次の問いに答えよ。

(1)　５人の中から代表２名を選ぶとき，全部で何通りあるか。

(2)　赤球３個と白球２個の合計５個の球を横一列に並べるとき，全部で何通りあるか。

(3)　右図のような格子状（等間隔）の道路網において，点Ａから点Ｂに行く最短経路は何通りあるか。



(4)　x，y，z はすべて０以上の整数とする。このとき，方程式

$$x+y+z=3$$

を満たす整数の組 (x, y, z) は何通りあるか。

(5)　x，y，z はすべて１以上の整数とする。このとき，方程式

$$x+y+z=6$$

を満たす整数の組 (x, y, z) は何通りあるか。

(6)　$1 \leqq p \leqq q \leqq 4$ を満たす整数の組 (p, q) は何通りあるか。

例題３

以下の設問では，ボールの個数が０個の人や箱があってもよいものとする。

(1)　１から６までの番号が書かれている６個のボールを３人に分けるとき，何通りの分け方があるか。

(2)　１から６までの番号が書かれている６個のボールを３つの箱に分ける方法は何通りあるか。

(3)　６個のボールがある．これを３人に分ける方法は何通りあるか。

(4)　６個のボールがある．これを３つの箱に分ける方法は何通りあるか。

このような問題を通して，教科書に掲載されている例題や練習問題などを，別の事象に置き換えて物事（問題）を還元（変換）することの面白さを体験できることは，教育的な観点からしても意義が深いものだと個人的には考えます。それは一見，異なる現象（問題）のように見えているものが，同じ「考え」を用いれば解決に導くことができるという「学び」が実現される可能性があるからです。社会（新たな時代）に出れば，**たくさんの具体的な問題を束ねることで，ある１つの「考え」によって，もしかすると問題解決ができる素地が生じるかもしれません**。それを語れるのは「数学」の教科の特性であったり，特徴の一つではないのでしょうか。これは不易の部分であり，すなわち，**「数学の自由度が高い」**ということは，このような場面からも感じとることができるものだと思います。

以上のように，１コマ１コマの「**知識と技能**」のつなぎ合わせは，生徒に委ねる部分と指導者

側がより率先してつなぎ合わせておかなければならない側面が存在することも事実だと思います。時代が求める学力観を主張するものではないですが，１つひとつの「**知識と技能**」の習得によってなされる「学び」をより愉しくしつなぎ合わせていく上でも，いくつかの問題に取り組み，その中では「**言語活動**」を通して，問題を「解く」ということに加え，その問題を通して，「**どのようなことができるようになったのか**」を多面的に実感することも重要なことかと感じています。

上記のような **例題２** や **例題３** を通して育みたい数学的な「**知識と技能**」およびその観点は，教科書で習得する場合の数・確率分野において，

・**順列**：「異なる（区別がつく）ものから，いくつかを選んで並べる」という操作を含む並べ方
・**組み合わせ**：「異なる（区別がつく）ものから，いくつかを選ぶ」という操作を含む選び方

の質的な違いによる「**認識**」と「**理解**」によるものです。まずはこの部分を「理解」することが大前提となるでしょう。

特に **例題３** は，私は個人的に**分配問題**と命名し，一体どのようなことがなされているのかを数学的な視点，すなわち，問題の「**構造**」について話をすることが多いのも事実です。

例題３ の (1) と (2) の違いは，「**配るもの**（6 **個のボール**）」には「**区別がある**（なぜなら，番号がつけられているからです）」ものの，

(1) は配るところに「**区別があり**」（人は区別されているという認識をもつ）
(2) は配るところに「**区別がつかない**」（ただ単に「箱」と書かれているだけ）

となっているということです。

また，(3) と (4) の違いは，「**配るもの**（**ボール**）」には「**区別がない**」ということであり，

(3) は配るところに「**区別があり**」
(4) は配るところに「**区別がつかない**」

となっています。この差異は，数学的にはとても大きいものであることを「**認識**」し，問題の「**構造**」を紐解いておく必要もあるかと思います。これを理解するにもやはり「**言語活動**」は欠かせないものであることがはっきりとし，この問題を紐解くには，この部分は看過できないものではないのでしょうか。

私が勝手に命名した分配問題を大きく分けると，4 つの「**構造**」が存在することになりますが，これらは覚えるものではなく，**数学的活動**を通してその**言語活動**の中で学習者１人ひとりが感じとらなければならないことの１つでしょう。

１回目のこの資料では，これらの題材を用いて，それほど多くの問題演習をしなくても，ある一定レベルの基礎・基本的な「知識と技能」習得および「**思考力・判断力・表現力**」といった類の**数学的活動**と**言語活動**は実現できるのではないかと思っておりますが，いかがでしょうか。

参考問題（京都大学　入試問題）

箱の中に１から n までの番号がついた n 枚の札がある。ただし $n \geqq 5$ とし，同じ番号の札はないとする。この箱から３枚の札を同時に取り出し，札の番号を小さい順に X，Y，Z とする。このとき，$Y-X \geqq 2$ かつ $Z-Y \geqq 2$ となる確率を求めよ。