9　数学的活動の道標 ②（その 1 ）

前号に「**割合**」という言葉を登場させましたが，私たちはこれに関連しさらに「**比**」を習得することで，物事（問題）をより簡素化し，それらを考察することができるようになります。**確率**は小中高における学びの時系列のなかで，代表的といっても過言ではないでしょう。

時代が求める学びについては，教育に携わる方々のみならず諸論があるかもしれませんが，私が考える「**実用的**」であるとは，教室（学校）で学んだことが，実際に何らかの場面で日常生活で役に立ち，それを直に確かめられるという経験と位置づけています。とくに，「場合の数や確率」の学びは教科書にもありますが，多くの人はそれを学ぶ以前に，経験として「場合の数と確率」を実生活のなかで感じていることでしょう。どちらかというと教科書で学ぶ「場合の数と確率」は，その値を求めることに偏りがちな面がありますが，そもそも確率の学びの目的は，確率そのものの値を求めることを土台としつつも，その確率を根拠とし，ある物事（事象）を他者に説明したり不確かな事象を客観的にとらえることが本来の目的だと個人的に感じています。また，学習指導要領の改訂によって，高校初学年の段階で「**期待値**」を習得することは，より多面的で**実用的な考察**を早期に実現することができるようになるでしょう。問題を解くことに加え，より実用的であることを確かめられる学びが実現するということでもあります。

さて，確率の学びを導入する際，教室の中にいる生徒を対象に，誕生日パラドックスの題材を利用していることはありませんか？それは次のような問題です。

例題 13

あるクラスの生徒数は 35 人である。このとき，35 人全員の誕生日を調べたとき，誕生日が同じであるペア（2 人組）が存在する確率を求めよ。ただし，1 年は 365 日とする。

どこかのタイミングで誕生日パラドックスに出合っていることが多いと思いますが，私が主張したいことは，これと類似している同様の物事（問題）を日常生活のどこかの場面で感じることができているかどうかだと思います。この題材を**知識と技能で終始することなく，教室で学ぶ物事（問題）が，日常生活や社会に直結していることを実感（実証）**させつつも，**数学を学ぶということは，1 つの題材であらゆることを同時に多く扱っているということを体感**させたいものではないのでしょうか。

例題 14

あるお菓子メーカーは，チョコビスケット菓子を販売しており，どのチョコビスケット菓子にもシール 1 枚が同封されている。そのシールの種類は全部で 50 種類ある。このチョコビスケット菓子を 10 個購入したとき，10 個の中に同じシールが存在する確率を求めよ。

（ 例題14 の略解）

購入した 10 個のチョコビスケット菓子の中に同封されているシールがすべて異なる確率は

$$\frac{49}{50}\times\frac{48}{50}\times\frac{47}{50}\times\cdots\cdots\times\frac{41}{50}\fallingdotseq 0.3817$$

であるから，購入した 10 個のチョコビスケット菓子の中に同封されているシールについて，同じシールが存在する確率は

$$1-0.3817=\underline{\underline{0.6183}}\ （約 62\,\%）\qquad （答）$$

である。

解説の順序は逆になりましたが，50 種類のシールを 365 日，購入する 10 個のチョコビスケット菓子を教室にいる 35 人と置き換えることによって， 例題13 は解決されます。すなわち

$$1-\frac{365-1}{365}\times\frac{365-2}{365}\times\frac{365-3}{365}\times\cdots\cdots\times\frac{365-34}{365}\fallingdotseq 0.814\ （約 81\,\%）\quad （答）$$

となります。

さらに， 例題13 におけるクラスの生徒数を 23 人とすると，その中に誕生日が同じであるペアが少なくとも 1 組存在する確率は 50%をこえることもよく知られている事実です。

このように確率を学ぶということは，勝手な思い込みや感覚として思っていたことを，客観的な正しい事実としてとらえ直すことができるものでしょう。

また，私たちは「期待値」を習得することで，有利か不利かを正しく把握することもできるようになります。

例題15

箱 A と箱 B がある。箱 A には当たりくじとはずれくじがそれぞれ 5 本ずつの合計 10 本のくじが入っている。一方の，箱 B には当たりくじとはずれくじの本数がそれぞれわからない合計 10 本のくじが入っている。

どちらかの箱 A，B から 1 回だけくじを引き，それが当たりくじである場合は賞金 1 万円がもらえるとする。あなたはどちらの箱からくじを引きますか。

（ 例題15 の略解）

箱 A からくじを 1 回引くとき，

もらえる賞金（万円）	0	1	計
確率	はずれくじを引く確率 $\frac{1}{2}$	当たりくじを引く確率 $\frac{1}{2}$	1

であるから，箱 A からくじを 1 回引くときの賞金がもらえる期待値 E_A は

$$E_A=0_{(万円)}\times\frac{1}{2}+1_{(万円)}\times\frac{1}{2}=5000（円）$$

である。

一方，箱Ｂからくじを１回引くとき，当たりくじが箱Ｂの中に何本入っているかどうかはわからないから，当たりくじの本数を $k\,(0 \leqq k \leqq 10)$ とすると，箱Ｂの中に入っている当たりくじの本数は 11 通り考えられる。

このとき，これを等確率と考えることによって，箱Ｂからくじを１回引くときの賞金がもらえる期待値 E_{B} は

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{B}} &= 1_{(\text{万円})} \times \frac{1}{11} \times \frac{0}{10} + 1_{(\text{万円})} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{10} + 1_{(\text{万円})} \times \frac{1}{11} \times \frac{2}{10} + \cdots\cdots + 1_{(\text{万円})} \times \frac{1}{11} \times \frac{10}{10} \\ &= 1_{(\text{万円})} \times \frac{1}{11} \cdot \frac{0+1+2+\cdots\cdots+10}{10} \\ &= 1_{(\text{万円})} \times \frac{1}{11} \cdot \frac{1}{10} \cdot \underbrace{\frac{0+10}{2} \cdot 11}_{\text{等差数列の和}} \\ &= 5000\,(\text{円}) \end{aligned}$$

である。

したがって，

どちらの箱から引いても有利と不利は同じである　　(**答**)

ことがわかる。

実際に，人は，箱Ａのように，具体的な数値を提示している（確実性が存在している）方からくじを引くことが多いようです。もし，箱Ｂからくじを引いたとしても，有利と不利は箱Ａと変わりなく意外性があることも，このように数学的な考察によって理解が深まるものと思います。

今回は教室で学ぶことを日常生活に直結する形で，数学的活動の一端にふれました。1 つの題材からたくさんの物事（問題）に派生し，それらを正しく見て解決することが，数学を学ぶ意義でもあるということになるでしょう。

次回は，「場合の数」で習得する「道順」が，実用的であることを見届けたいと思います。