4 実用的な数学の題材 ①

我々の生きる世界において,**数学的活動と言語活動**を通して習得した**知識と技能**は,有効に機能していることを「数学的活動と日常生活① 数学的活動と言語活動の間で(2023.5.9 掲載)」等で確認しました。今回から,具体的でより実用的な数学の題材に触れるのとともに,時代の中における社会的な問題に対応できるような内容につなげていきたいと思います。

さて、「2050 年カーボンニュートラルに伴うグリーン成長戦略(令和3年6月18日発表内閣官房など)」は、今や社会におけるどの業種でも注力しているものと考えられ、いま学校教育を受けている若い世代の方々が社会に出る際、何かしらの形でそれに関わることになるでしょう。現在、率先的にその取り組みや事業を行っている日本の多くの企業では、新入社員に対し、企業理念に沿いそれに関連する教育も行っていますが、その教育に費やす時間は企業としても限られており、2050年カーボンニュートラルを実現するためには、少子化という現状のなか、学校教育においてもこれらのことを内包し、アプローチを多彩に行える教育環境を整えることが必要不可欠なことだと私は認識します。高校でも新しい教育課程が2年めを迎えましたが、次期学習指導要領では、それらの内容がさらに濃くなる可能性も否めません。また、今後の未来を考える観点からしても、これまでの数学教育とあわせ、数学が現実の世界で生きているという多面的な話題は、社会基盤の質を向上する題材につながる素地であり、時代が求める Society5.0 に向けての教育、STEAM教育、文理融合型の教育についても拍車がかかるものだと信じています。このように学校教育は、人材育成の観点とあわせ未来や社会を照らす大きな位置づけであることは揺るぎないものでしょう。

そこで、上述の「カーボンニュートラルに伴うグリーン成長戦略」において、とくに成長が期待される14分野(大きく分けて3つの「エネルギー関連産業」「輸送・製造関連産業」「家庭・オフィス関連産業」から構成される)の1つである「**洋上風力発電(次世代再生可能エネルギー**)」にスポットライトをあてると、これは中学数学で習得する知識と技能からもアプローチすることが可能であり、「**関数**」の概念を習得すれば、後述の「例題6」に着手することができます。

その「洋上風力発電(次世代再生可能エネルギー)」の背景に少し触れておくと、現在の風力発電機は、発電効率の最適化を第一に考えており、それに風向の変化に伴うコントロール機能の観点を加味すると、その振動を最大限に抑制できるような構造を採用していることがわかります。つまり、電力の安定供給性を高く担保するために、総合的な判断によって3枚羽の風力発電機が多く採用されています。さらに、歴史的な背景を述べておくと、約20年前の風力発電機は、発電効率が2000kW(キロワット)型が主流でしたが、科学技術の発展により、2016年には5000kW型、2021年には欧州で10000kW(10メガW)以上型が主流となり、いまでは洋上における立地と配置、その送電のしくみについても研究開発が進んでいます。このような見解に至るには、数学だけではない他分野からのアプローチも存在しますが、数学はその基盤を生み出す1つの強みであるということも認識でき、数学的活動もさらに深みを増す場面かと感じることもできるでしょう。

また,風力発電機のローター直径が $80m \sim 90m$ であるとき,約 2000kW の発電効率があり,風力の平均風速が約 $10 \sim 25m/s$ の範囲で発電することが知られています。風力が弱すぎると発電におよびませんが,風力が強すぎると安全性を確保するために停止します。

このように、教育では「知る」ということとあわせて、これからどういう「目」で対応し、社会に変化(貢献)をもたらすのかといったことや、より最適にしていくのか(快適に自然にやさしく)という観点を付言することで、風力発電機の材質、構造、立地条件、送電などを含め、未来を照らす題材にシフトできる部分が存在するものと思います。

例題6 は、風力発電機におけるローター直径と電力出力量を**単純化**し**理想化**した**簡易モデル**です。中学数学で十分に対応できる内容となっています。

例題6

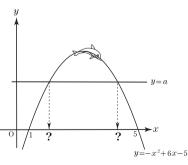
風力発電機のローター直径をx m,定格電力出力量をy kW(キロワット)とするとき,x とy の関係は次の表のようになる。ただし,定格電力出力量とは,安定して供給できる電力のことである。

- (1) yは ア 。yをxの式で表せ。
 - (0) xに反比例する
- xに比例する
- ② xの2乗に比例する
- ③ xの2乗に反比例する
- (2) ローター直径の長さを2倍にするとき、定格電力出力量は何倍になるか。
- (3) 定格電力出力量を 8000kW 以上にするとき,ローター直径は何 m 以上にすればよいか。

中学数学の教科書に述べられているように、このような**簡易モデル**は、日常生活のなかでたくさん見受けられます。たとえば、**自動車の空走距離や制動距離**(および空走距離と制動距離の和を停止距離という)に関する考察は、**単純化**および**理想化**のために、2次関数に帰着させる事例は数多く存在します。これは、高校の学習指導要領解説にも掲載されており、乾いた路面に対し、路面の質的な要素(雨のときや雪のときなど)を加味することで、中学数学とは異なる味わいを体験し探究することもできるものです。

さらに、2次関数で得られた**知識と技能**は、例えば、イルカショーで登場するイルカがどのくらいの距離を飛んでいるのかを理解できる素地を含んでいます。

これを簡易モデルとして考えてみましょう。右図において、x軸を水面、x軸の $x \le 0$ をプールサイドと考え、イルカが描く軌跡を $y=-x^2+6x-5$ とすると、障害物(たとえば、棒など)の高さy=aをこえるショーをイメージした際、



a=3とするとき,不等式

$$-x^2 + 6x - 5 > 3$$

を満たすxのとり得る値の範囲を考えると

$$x^2 - 6x + 8 < 0$$

すなわち

2 < x < 4

であるから、イルカが 3m (障害物) よりも高い位置にいるのは、プールサイドから 2m から 4m の位置であることも同時に理解できるようになります。

このような簡易モデルは、イルカの飛距離を考察したうえで、障害物の高さ、すなわち、y=aを変移させることで、各イルカの特徴にも対応できる数学的な観点につながるものであり、さらに、2次関数を習得する意義を含み、日常生活の題材を想起することで、その汎用性が高い数学的活動を実践することができるものではないのでしょうか。

例題7

海洋上において、1辺の長さが2 km、もう1辺の長さが4 km の長方形を考え、その周上および内部に9機の風力発電機を設置する計画がある。このとき、どのように風力発電機を設置しても、2つの風力発電機の距離が1.5 km 以下となる2つの風力発電機が存在することを証明しなさい。

例題7 は学習指導要領の観点からすると、高校数学の範囲と思いますが、中学数学で培った知識と技能が整っていれば、十分に対応できる問題です。

今回は、中学数学と高校数学の垣根などをあまり考えずに、学校現場で教授することができる 簡易モデルとその実用的な数学について述べました。日ごろの「教育」が未来の礎を担っている ことを感じていただければ幸いです。

(例題6 の略解)

(1) 与えられた表

より、xが8増えるごとに、yの変化は一定ではないから、yはxに比例しない。

このとき、yはxの2乗に比例すると考え、 $y = ax^2$ に(x, y) = (48, 720)を用いると

$$720 = a \cdot 48^2$$

すなわち

$$a = \frac{5}{16}$$

である。ここで、 $y = \frac{5}{16}x^2$ に対し、与えられたx に対応するyを求めると

$$x = 56$$
 のとぎ、 $y = \frac{5}{16} \cdot 56^2 = 980$ 、 $x = 64$ のとぎ、 $y = \frac{5}{16} \cdot 64^2 = 1280$

$$x = 72025$$
, $y = \frac{5}{16} \cdot 72^2 = 1620$

であるから、yはxの2乗に比例し

$$\underline{y = \frac{5}{16}x^2} \qquad \qquad (\overline{ } \overline{ } \overline{ } \overline{ } \overline{ }) \qquad (\underline{ } \underline{ } \underline{ } \underline{ } \underline{ }) \qquad (\underline{ } \underline{ } \underline{ } \underline{ } \underline{ })$$

である。

$$y = \frac{5}{16} \cdot (2x)^2 = \frac{5}{16} \cdot 4x^2$$

であるから、ローター直径の長さを2倍にすると、定格電力出力量は

$$\frac{\frac{5}{16} \cdot 4x^2}{\frac{5}{16}x^2} = \underline{4} \stackrel{\triangle}{\Box} \qquad (\mathbf{\mathring{S}})$$

となる。

(3) 条件より,不等式

$$8000 \le \frac{5}{16}x^2$$

を満たす、 xを考えればよい。 すなわち

$$x \ge 160$$

であるから、ローター直径を160 m以上にすればよい。 (答)

(例題7 の略解)

海洋上に,1辺の長さが2 km と 4km の長方形を考え,さらにこの長方形を,一辺の長さが1 km の正方形8 個に分ける。

このとき、1辺の長さが2 km と 4 km の長方形のその周上および内部 に、9機の発電機を設置する場合、鳩ノ巣原理から、どのように9機の発電機を設置しても、1辺の長さが1 km の正方形8 個の周上および内部 に、少なくとも2機の発電機が設置されることになる。

ここで、1辺の長さが1kmの正方形の対角線の長さは

$$\sqrt{2} = 1.414 \dots < 1.5 \text{ (km)}$$

であるから、このことから、距離が1.5 km以下となる2つの発電機が少なくとも存在することが示せた。 (終)

