

## 2級2次：数理技能検定の問題例

2つのベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  が

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2, \vec{a} \cdot \vec{b} = 1 - \sqrt{5}$$

を満たすとき、次の問いに答えなさい。ただし、答えに根号が含まれる場合は、二重根号を用いない形にして答えなさい。

(1)  $|\vec{a} - \vec{b}|$  を求めなさい。

(2)  $|\vec{a} + t\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  を満たす実数  $t$  の値をすべて求めなさい。

## 2級2次：数理技能検定の問題例の模範解答

(1)  $|\vec{a} - \vec{b}|$  を2乗すると

$$\begin{aligned} & |\vec{a} - \vec{b}|^2 \\ &= (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) \\ &= |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 \\ & \quad |\vec{a}| = |\vec{b}| = 2, \vec{a} \cdot \vec{b} = 1 - \sqrt{5} \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} & |\vec{a} - \vec{b}|^2 \\ &= 4 - 2(1 - \sqrt{5}) + 4 \\ &= 6 + 2\sqrt{5} \\ &= (1 + \sqrt{5})^2 \\ & |\vec{a} - \vec{b}| > 0 \text{ より, } |\vec{a} - \vec{b}| = 1 + \sqrt{5} \\ & \qquad \qquad \qquad \text{(答) } 1 + \sqrt{5} \end{aligned}$$

(2)  $|\vec{a} + t\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  を満たす  $t$  の値を求める。

左辺の2乗は、①より

$$\begin{aligned} & |\vec{a}|^2 + 2t\vec{a} \cdot \vec{b} + t^2|\vec{b}|^2 \\ &= 4t^2 + 2(1 - \sqrt{5})t + 4 \end{aligned}$$

(1)より、右辺の2乗は  $6 + 2\sqrt{5}$  に等しいので

$$4t^2 + 2(1 - \sqrt{5})t + 4 = 6 + 2\sqrt{5}$$

これを解くと

$$2t^2 + (1 - \sqrt{5})t - 1 - \sqrt{5} = 0$$

$$(t + 1)(2t - 1 - \sqrt{5}) = 0$$

より、 $t = -1, \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$$\text{(答) } t = -1, \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$