

数学甲子園[®]2015

〔文部科学省後援〕第8回 全国数学選手権大会

Sugaku Koshien 2015

予 選

競技上の注意

1. 開始の合図があるまで問題用紙を開かないでください。
2. 制限時間は60分です。
3. 競技中は他の人と相談することはできません。
4. 筆記用具、消しゴムのみ使用することができます。
5. 途中提出することはできません。

解答上の注意

1. 解答用紙には答えだけを書いてください。
2. 答えが分数になるとき、約分してもっとも簡単な分数にしてください。
3. 答えに根号が含まれるとき、根号の中の数はもっとも小さい正の整数にしてください。

下記の「個人情報の取扱い」についてご同意いただいたうえでご提出ください。

【この解答用紙でお預かりするすべての個人情報の取扱いについて】

1. 事業者の名称 公益財団法人 日本数学検定協会
2. 個人情報保護管理者の職名、所属及び連絡先
管理者職名：個人情報保護管理者 所属部署：事務局 事務局次長 連絡先：電話 03-5812-8340
3. 個人情報の利用目的 「数学甲子園」の参加者情報の管理、採点、本人確認のため
4. 個人情報の第三者への提供 参加者の紹介のため、氏名、学校名、都道府県名、写真、動画等を、当協会の広報誌、公式サイトやマスコミ等を通じて、広く一般的に提供することがあります。
5. 個人情報取り扱いの委託 前項利用目的の範囲に限って個人情報を外部に委託することがあります。
6. 個人情報の開示等の請求 ご本人様はご自身の個人情報の開示等に関して、下記の当協会お問い合わせ窓口に申し出ることができます。その際、当協会はご本人様を確認させていただいたうえで、合理的な対応を期間内にいたします。
【お問い合わせ窓口】
公益財団法人 日本数学検定協会 「数学甲子園」係 〒110-0005 東京都台東区上野5-1-1 文昌堂ビル6階
TEL：03-5812-8340 電話受付時間 月～金 9:30～17:00（祝日・年末年始・当協会の休日を除く）
7. 個人情報を提供されることの任意性について ご本人様が当協会に個人情報を提供されるかどうかは任意によるものです。ただし正しい情報をいただけない場合、適切な対応ができない場合があります。



公益財団法人

日本数学検定協会

数学甲子園[®]2015 第8回 全国数学選手権大会 予選

問題1. 次の式を因数分解しなさい。

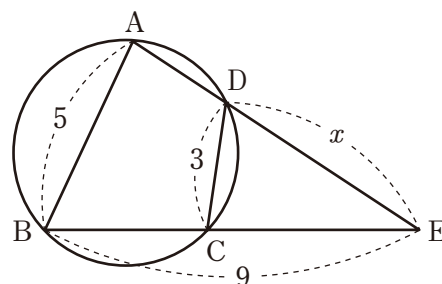
$$y^2 - 4 - x^2 - 4x$$

問題2. $x = \frac{1}{4 + \sqrt{5}}$, $y = \frac{1}{4 - \sqrt{5}}$ のとき, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ の値を求めなさい。

問題3. 連立不等式 $3x + 1 < 2x \leq 5 + 4x$ を解きなさい。

問題4. 10進法で表された2桁の整数 N を7進法で表したところ, 各位の数字の並びが逆になりました。このような整数 N をすべて求めなさい。

問題5. 右の図で, 四角形 $ABCD$ は円に内接しています。
2直線 AD と BC の交点を E とするとき, x の値を求めなさい。



問題6. 2次方程式 $x^2 - 5x + 7 = 0$ の2つの解を α, β とおくと、 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ の値を求めなさい。

問題7. $90^\circ < \theta < 180^\circ$ で、 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ であるとき、 $\tan 2\theta$ の値を求めなさい。

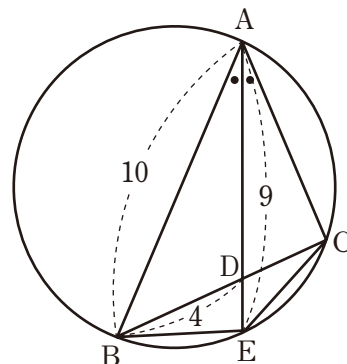
問題8. 次の等式を満たす実数 x の値を求めなさい。

$$81^x = 9\sqrt{3}$$

問題9. $x^2 + 4x + y^2 - 8y = 0$ で表される円の半径を求めなさい。

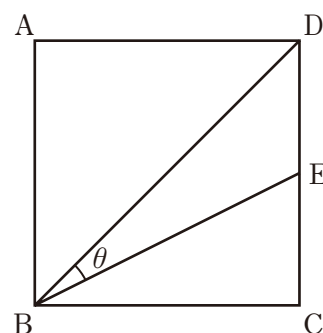
問題10. 7個のデータ $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ の平均値は14, 分散は2です。これに新しいデータ $x_8 = 18$ が加わりました。この8個のデータの分散を求めなさい。

問題11. 右の図のように, $\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線が辺 BC と交わる点を D , $\triangle ABC$ の外接円と交わる点を E とします。点 E と点 B, C をそれぞれ線分で結びます。 $AB = 10$, $BD = 4$, $AE = 9$ であるとき, DE の長さを求めなさい。



問題12. A と B が続けて試合を行い, 先に 4 勝したほうを優勝とします。どの試合も, A が B に勝つ確率は $\frac{1}{3}$ で, 引き分けはないものとします。このとき, 6 戦目で A の優勝が決まる確率を求めなさい。

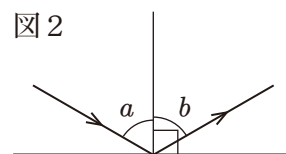
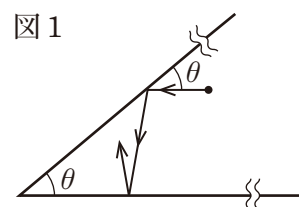
問題13. 右の図のように, 正方形 $ABCD$ の辺 CD の中点を E とし, 点 B と E を線分で結びます。対角線 BD を引き, $\angle DBE = \theta$ とするとき, $\cos \theta$ の値を求めなさい。



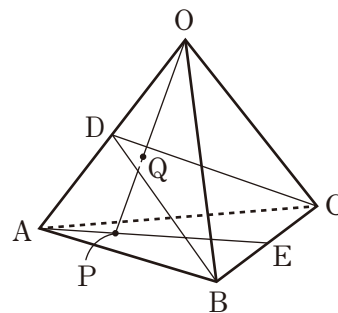
問題14. ある商店では、サンドウィッチを定価の1個240円で販売すると、1日に250個売れます。このサンドウィッチ1個の販売価格を値上げすると、1日に売れる数は、10円の値上げに対し5個の割合で減少することがわかっています。このとき、1日の売上金額を最大にするには、1個の販売価格をいくりにすればよいですか。また、そのときの売上金額を求めなさい。ただし、消費税は値段に含まれているので、考える必要はありません。

問題15. 水平な平面上に、平面と垂直に2つの壁を配置します。2つの壁をなす角が θ となるようにし、平面上で、球を一方の壁と平行になるように壁に向けて打ち出します。右の図1は、このときの球の運動を真上から見たようすを表しています。ただし、球の大きさは考えません。また、球は壁で跳ね返るときは必ず、図2のように、入射角と反射角が等しくなる($\angle a = \angle b$)ものとし、それ以外の場合は直進するものとします。

$\theta = 30^\circ$ のとき、球は壁で何回跳ね返りますか。



問題16. 右の図のように，1辺の長さが1の正四面体OABCの辺OAの中点をD，辺BCの中点をEとします。線分AEを1 : 2に内分する点をPとし，直線OPと3点B, C, Dを通る平面との交点をQとします。このとき，線分OQの長さを求めなさい。



問題17. とともに直線 $y = -2x - 1$ に接する2つの曲線 $y = x^2$ と $y = x^2 - 4x$ があります。このとき，直線と2つの曲線で囲まれた図形の面積を求めなさい。

問題18. 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n^2 + 2n + 1$ で表されるとき，この数列の第 n 項を求めなさい。

問題19. 7^{15} の桁数と最高位の数字をそれぞれ求めなさい。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$,
 $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とします。

問題20. a を定数とします。3 次方程式 $x^3 - 3x^2 - 21x - a = 0$ の異なる実数解の個数が 2 個となるような, a の値を求めなさい。



数学検定

数学甲子園2015 予選 解 答 用 紙

問題 1	
問題 2	
問題 3	
問題 4	
問題 5	
問題 6	
問題 7	
問題 8	
問題 9	
問題10	

ここにバーコードシールを貼ってください。	エントリーNo.	
	学校名	
	チーム名	
	氏名	



問題11		
問題12		
問題13		
問題14	販売価格 円	売上金額 円
問題15		
問題16		
問題17		
問題18		
問題19	桁数	最高位の数字
問題20		

点数	採点員 チェック